

# FP1

## MAGNETISKA EGENSKAPER HOS FASTA ÄMNEN

Innehåll	Sid
1. MÅLSÄTTNING	1
2. EXPERIMENTELLA METODER	2
2.1 Metoder att åstadkomma magnetiska fält	2
2.2 Metoder att mäta magnetisk flödestäthet	7
2.3 Metoder att bestämma magnetiska parametrar i ett prov	9
3. UPPGIFTER	17
4. REFERENSER	18

Bilagor: 1. Artikel av Lundquist och Myers  
2. Artikel av Bennett m fl

## PROJEKTLABORATIONER

I labkursen i Fasta tillståndets fysik ingår en projektinriktad laboration. Varje labgrupp utför försök inom ett och samma ämnesområde under tre laborationstillfällen.

Till varje projektlaboration finns en skriven handledning, men grupperna skall självständigt planera och utföra sina försök. Vid de tre schemalagda labtillfällena finns handledare tillgänglig för rådfrågning, men tänk i första hand själva. Det experimentella arbetet kan lämpligen fördelas inom gruppen, men var och en skall sedan kunna svara för hela gruppens resultat.

Instuderingsfrågorna i respektive handledning skall lämnas in vid första labtillfället.

Varje grupp skall skriva en rapport och lämna den till handledaren inom en vecka efter sista labtillfället. Högst två returer tas emot. Efter retur skall ny version inlämnas tillsammans med den tidigare. Rapporten skall innehålla följande:

	Titelblad
	Förord
	Innehållsförteckning (inkl. tabeller och figurer)
	Sammanfattning + Summary på engelska
	Inledning
Huvuddel:	Teori
	Experiment
	Resultat (inkl. figurer och diagram)
	Diskussion
Avslutning:	Slutsatser
	Referenser
Appendix (om så behövs)	

I teoriavsnittet skall de modeller och formler, som utnyttjas för utvärderingen, finnas kortfattat beskrivna, Förklara använda beteckningar och giv lämplig referens.

I resultatavsnittet skall noggrannheten uppskattas. Jämför resultaten med teori och publicerade experimentella data. Diskutera orsaken till eventuella avvikelser.

För rapportskrivningen refereras till:

T. Eriksson och A. Rosen, Mäta Analysera Rapportera, CTH, 1985

Lars Forslund, Tekniska Rapporter, Esselte, 1980.

Nancy Fjällbrant, Muntlig och Skriftlig presentation, CTH Bibl. 1979

## MAGNETISKA EGENSKAPER HOS FASTA ÄMNE

### 1. MALSÄTTNING

De magnetiska egenskaperna hos fasta ämnen uppvisar stora variationer och studiet av snart sagt varje klass av material utgör ett eget forskningsområde. Inom ramen för en grundkurs i fasta tillståndets fysik är det inte möjligt att göra någon uttömmande analys av ett ämnes magnetiska egenskaper. Däremot är det viktigt att ge en överblick över skillnaderna mellan de olika klasserna av material t ex diamagneter, paramagneter och ferromagneter. Försöken, som beskrivs nedan, är avsedda att belysa några olika fasta ämnens magnetiska egenskaper. Exempel är hämtade från de områden som behandlas i *Introductory Solid State Physics* av H.P. Myers.

En laborationsgrupp (ca 8 teknologer) skall utföra mätningarna självständigt under tre schemalagda laborationstillfällen. Handledare finns då tillgänglig för rådfrågning.

Mätresultaten skall utvärderas och jämföras med experimentella data och teoretiska beskrivningar i litteraturen.

Resultaten skall sammanställas i en (kortfattad) rapport, som lämnas till handledaren 1 vecka efter sista laborationstillfället.

Flera av mätningarna görs med en och samma utrustning. Därför kan det experimentella arbetet eventuellt fördelas inom gruppen. Var och en i gruppen skall dock kunna svara för gruppens alla resultat.

Som förberedelse till första laborationstillfället krävs

att var och en läst handledningen och lämnar in svar på frågorna

att gruppen tänker igenom en eventuell arbetsfördelning som kan diskuteras med handledaren

## 2. EXPERIMENTELLA METODER

I följande avsnitt beskrivs mer eller mindre utförligt några metoder att åstadkomma magnetiska fält, att mäta magnetisk flödestäthet samt att bestämma magnetisk susceptibilitet och magnetisering i olika prover. Denna beskrivning bör tillsammans med angiven referenslitteratur vara tillräcklig för att de experimentella uppgifterna skall kunna utföras.

### 2.1 Metoder att åstadkomma magnetiska fält

Konstanta magnetiska fält kan erhållas runt en ledare med likström eller utanför en permanentmagnet. Flödestätheten kan naturligtvis varieras inom vida gränser både med avseende på fältets riktning och styrka. Vid magnetiska mätningar är det i vissa fall önskvärt att fältet är homogent. I andra applikationer görs produkten av fältstyrkan och dess gradient konstant. Nedan ges en beskrivning av fältet i en solenoid och i elektromagneter.

#### 2.1.1 Magnetfält i solenoider

Solenoider kan utnyttjas för att alstra magnetfält med flödestätheter från mindre än  $10^{-5}$  T till mer än 20 T. Fältet inuti en lång solenoid är homogent och riktat längs spolens axel.

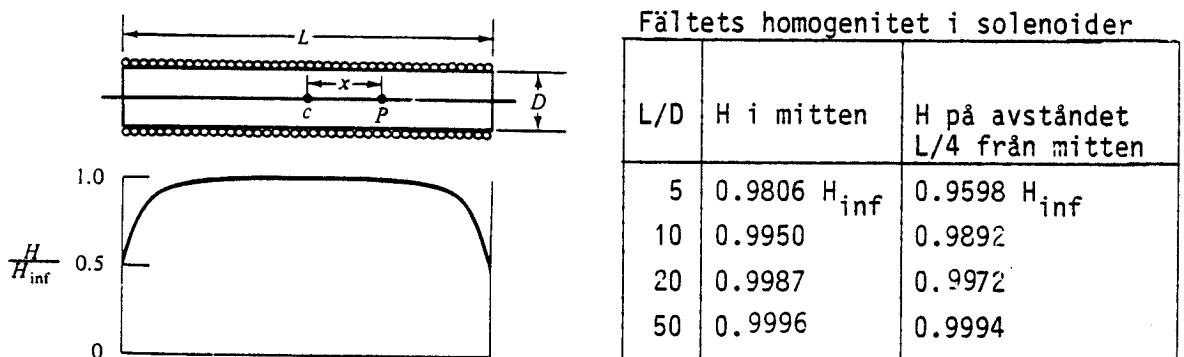


Fig. 1. Solenoid med ett lager lindningar. Fältet i en punkt P på axeln anges i andelar av fältet,  $H_{inf}$ , i mitten av en oändligt lång solenoid.

Med beteckningar enligt figur 1 kan magnetiserande fältet,  $H$ , i en punkt på solenoidens axel beräknas enligt relationen:

$$H = \frac{NI}{L} \left[ \frac{L + 2x}{2\sqrt{D^2 + (L + 2x)^2}} + \frac{L - 2x}{2\sqrt{D^2 + (L - 2x)^2}} \right] \hat{x} \quad (1)$$

$\hat{x}$  är en enhetsvektor i axelns riktning

$N$  = antalet varv i lindningarna

$I$  = strömmen

Flödestätheten,  $B$ , fås då:

$$B = \mu_r \mu_0 H \quad (2)$$

$\mu_0$  = permeabiliteten för vakuum

$\mu_r$  = relativa permeabiliteten för mediet i spolen

Enheter för:  $H$   $1 \text{ Am}^{-1}$

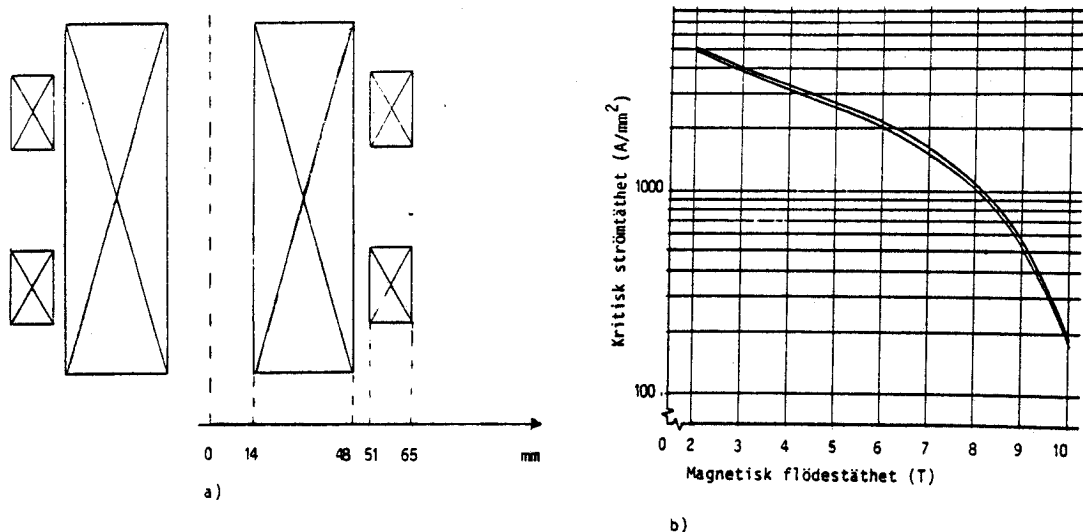
$B$   $1 \text{ Vsm}^{-2} = 1 \text{ Wbm}^{-2} = 1 \text{ T}$

$\mu_r \approx 1$  för luft

I en solenoid med ledningar av koppar begränsas fältstyrkan uppåt av den effekt som samtidigt utvecklas i lindningarna. För högre flödestätheter än omkring 0.1 T måste magnetlindningarna kylas.

De högsta flödestätheterna erhålls i magneter med supraledande lindningar. I allmänhet hålls magneten då i flytande helium vid 4.2 K. Vid resistanslöst tillstånd utvecklas ingen effekt i magnetlindningarna. I detta fall sätter supraledarens kritiska strömtäthet och magnetfält gränsen för hur hög flödestäthet magneten kan ge, se figur 2. I magneter för fält upp till 8 T utnyttjas vanligen NbTi, för högre fält Nb<sub>3</sub>Sn.

För magnetiska mätningar där inte bara hög fältstyrka utan också en fältgradient erfordras, kan önskad fältbild åstadkommas genom att kombinera flera spolar, se exempelvis figur 2.



**Fig. 2** a) Schematisk bild över supraledande solenoid med gradient-spolar. Spolarna är lindade av NbTi, diameter 0.25 mm i Cu, ytterdiameter 0.4 mm. Huvudspolen har 20097 varv ( $\approx 71$  lager) och ger ett högsta fält av ca 5T för 30 A mitt i spolen. Gradientspolarna har 1823 varv och ger 5 mT per cm per A.

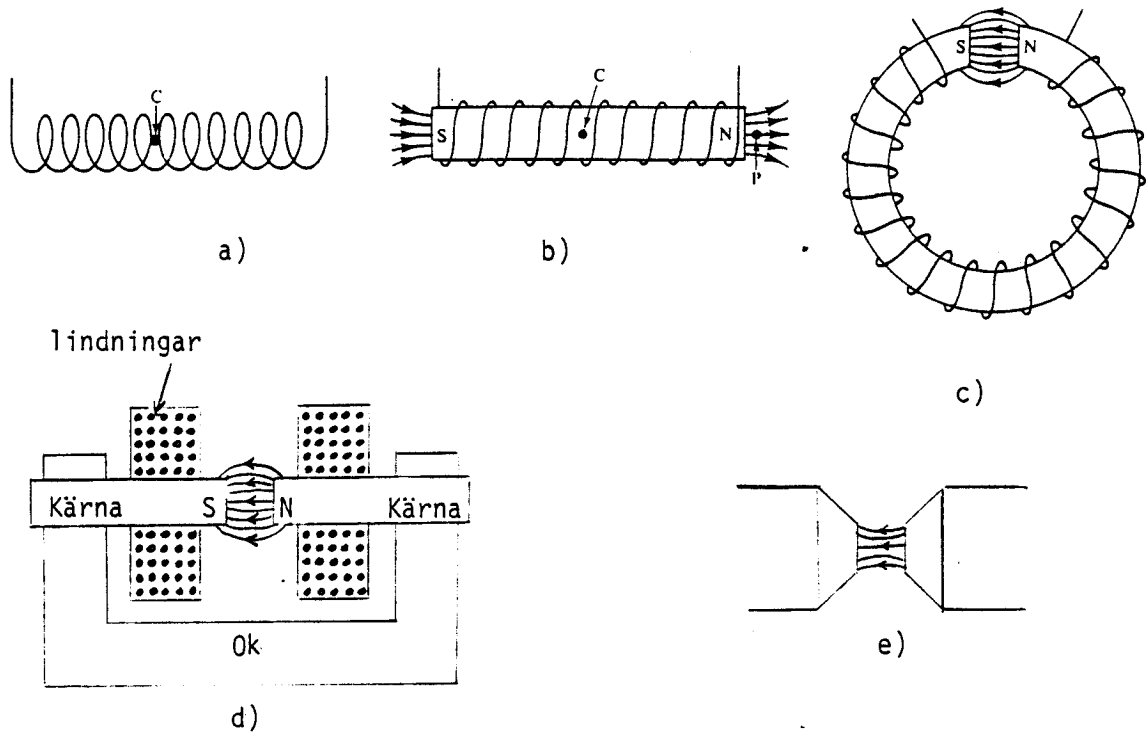
b) Kritiska strömtäthetens fältberoende för en supraledande tråd med många NbTi trådar i Cu.

### 2.1.2 Elektromagneter

Ett sätt att öka flödestätheten i en spole är att fylla den med ett medium, som har högre permeabilitet än luft. En elektromagnet består väsentligen av en järnkärna omkring vilken en spole lindats. Till flödestätheten bidrar då förutom  $H$ -fältet också magnetiseringen  $M$  i järnet:

$$B = \mu_0 (H + M) = \mu_r \mu_0 H. \quad (3)$$

Då strömmen i lindningarna ökas, ökar  $M$  tills mättnad nås (se även avsnitt 2.3.1.2). En ytterligare ökning av strömmen ger då bidrag endast från  $H$ .



**Fig. 3.** Elektromagnetens utveckling. a) Enkel solenoid. Flödestätheten i punkten C mitt i spolen beror av ampervarvtätheten enligt relationerna (1) och (2). b) Solenoid med stav av järn. Flödestätheten i C är nu mycket högre pga magnetiseringen i järnet, relation (3). Omedelbart utanför järnkärnan, i punkten P, är flödestätheten lika stor som i C. Längre bort divergerar flödeslinjerna och fältstyrkan avtar. c) Divergensen hos flödeslinjerna kan reduceras om staven böjs till en cirkel med litet avstånd mellan ändarna. Flödeslinjerna går då direkt från pol till pol över luftgapet. d) Vanlig utformning av elektromagnet. Med flata ändtor på polskorna kan homogent fält erhållas över relativt stora volymer. e) Med avfasade polskor kan flödestätheten ökas i gapet. Detta högre fält erhålls i en mindre volym samtidigt som homogeniteten blir sämre än i fall d).

Eftersom flödeslinjerna divergerar utanför järnkärnan utformas denna lämpligen med ett litet gap, se figur 3. Genom att utforma polskorna parallella eller avfasade kan homogena fält eller fält med kraftiga gradienter åstadkommas, se även figur 4. Flödestätheten i gapet till en elektromagnet kan inte beräknas lika enkelt som i en solenoid eftersom järnkärnans och okets magnetiska egenskaper sällan är tillräckligt väl kända. Flödestätheten måste mätas med lämplig metod, se till exempel avsnitt 2.2.

För praktiskt bruk utnyttjas elektromagneter vanligen för flödestätheter i området 0.1 T - 2 T.

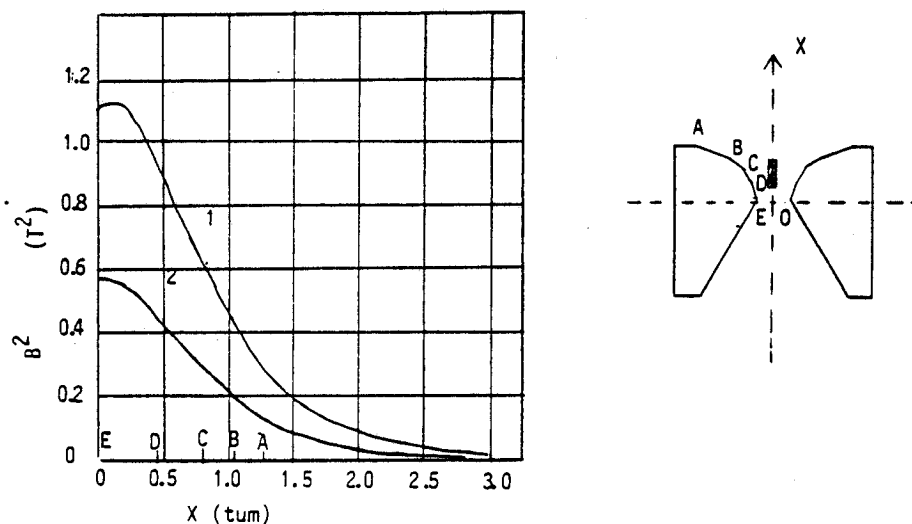


Fig. 4. Elektromagnet med polgeometri för konstant  $H \frac{dH}{dx}$ . Provet placeras så att det ligger i det område där  $B^2$  mot  $x$  är linjär. Kurva (1) är ritad för ström 30 A i lindningarna och (2) för 20 A. I båda fallen är gapet mellan magnetpolerna 1 tun.



## 2.2 Metoder att mäta magnetisk flödestäthet

De vanligaste metoderna att mäta magnetisk flödestäthet torde vara att utnyttja strömmen, som induceras i en testspole eller spänningen som uppkommer i ett material på grund av Halleffekt. För noggranna bestämningar av fältstyrkan utnyttjas också kärnmagnetisk resonans. Denna metod kräver emellertid att det undersökta fältet är mycket homogent. Eftersom de magnetiska mätningarna görs i fält med gradienter, beskrivs endast de två förstnämnda metoderna här.

### 2.2.1 Induktion i testspole

Induktionslagen ger den spänning (emk), som induceras vid ändring av flödet i en spole (slinga):

$$e = -N \frac{d\Phi}{dt} \quad (3)$$

$N$  = antalet varv i spolen

$\Phi$  = det inneslutna flödet

$\Phi = B \cdot A$  där  $A$  spolens area

I en sluten krets med resistans  $R$  induceras strömmen:

$$i = \frac{e}{R} = - \frac{NA}{R} \frac{dB}{dt} \quad (4)$$

Då flödet i spolen ändras från  $\Phi_1 = AB_1$  till  $\Phi_2 = AB_2$  passeras kretsen av laddningen:

$$q = \int_1^2 i dt = - \int_{B_1}^{B_2} \frac{NA}{R} \frac{dB}{dt} dt$$

$$q = (B_1 - B_2) \frac{NA}{R} \quad (5)$$

Laddningsmängden kan mätas med ballistisk galvanometer eller en integrerande voltmeter. Testspolen kan också anslutas direkt till en fluxmeter. Då en strömstöt passerar vridspolen i en fluxmeter gör spolen ett utslag och stannar i detta läge. Avläsning görs sedan direkt i Wb-varv på instrumentet.

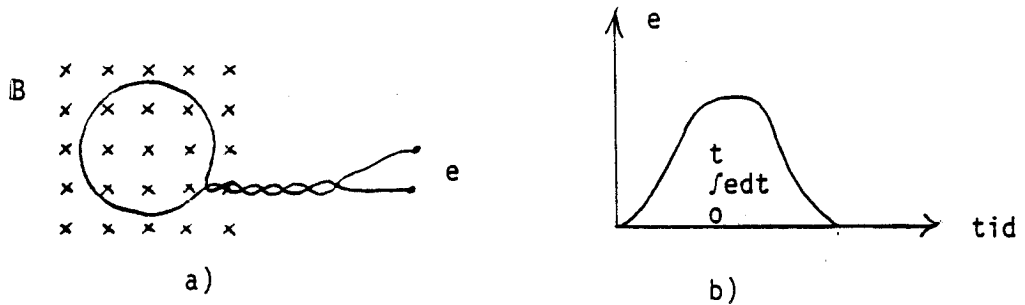


Fig. 5. a) Spolen omsluter arean  $A$  och därmed flödet  $\Phi = BA$ . Då spolen dras ur fältet induceras spänningen  $e$ . b) Totala ändringen av flödet i spolen motsvaras av tidsintegralen av den inducerade spänningen.

### 2.2.2 Halleffekt

Halleffekten uppträder i strömförande ledare, som befinner sig i ett magnetfält, jfr avsnitt 6.6 i Myers.

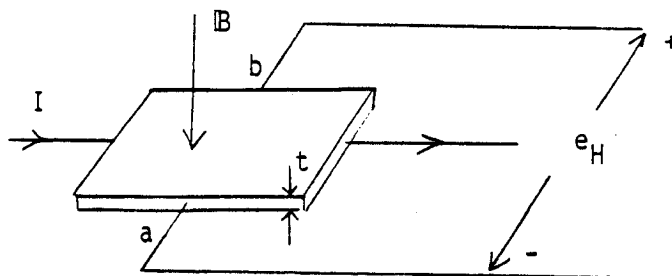


Fig. 6. Relationen mellan riktningarna hos ström, magnetisk flödestäthet och Hallspänning i en platta med tjocklek  $t$ .

Figur 6 visar en tunn Hallplatta som placerats vinkelrätt mod flödestätheten  $B$ . Då strömmen  $I$  passerar genom plattan, uppträder Hallspänningen  $e_H$  mellan  $a$  och  $b$ . Hallspänningen är proportionell mot produkten av ström och flödestäthet:

$$e_H = \frac{R_H I B}{t} \quad (6)$$

$t$  = plattans tjocklek

$R_H$  = Hallkonstanten för materialet i plattan

Hallspänningen är egentligen ej helt linjär i I och B, varje Hall-element måste kalibreras. Det finns färdiga kalibrerade instrument för mätning av magnetisk flödestäthet, som utnyttjar Halleffekten. Dessa kallas ofta Gaussmetrar. (1 Gauss =  $10^{-4}$  T).

### 2.3 Metoder att bestämma magnetiska parametrar i ett prov

De metoder, som utnyttjas för att mäta magnetisk susceptibilitet och/eller magnetisering kan hänföras till endera av två huvudgrupper. Den ena innebär mätning av kraften, som påverkar ett magnetiskt moment i ett inhomogent magnetfält. Den andra utnyttjar den elektriska spänning, som induceras i en krets, då det omslutna magnetiska flödet ändras.

Vid denna laboration används en metod för kraftmätning med trådtöjningsgivare. Metoden finns beskriven i bifogade artikel av Lundqvist och Myers.

#### 2.3.1 Principen för bestämning av magnetiska parametrar genom kraftmätning

Energien hos ett volymelement  $dV$  i ett magnetfält ges av:

$$dW = \frac{1}{2} \mathbb{H} \cdot \mathbb{B} dV \quad (7)$$

$\mathbb{H}$  = magnetiserande fältet

$\mathbb{B}$  = magnetiska flödestätheten

För volymelementet  $dV$  av ett magnetiserat prov blir energin,  $dW$ , relativt luft

$$dW = \left[ \frac{1}{2} \mathbb{H} \cdot \mathbb{B}_{\text{prov}} - \frac{1}{2} \mathbb{H} \cdot \mathbb{B}_{\text{luft}} \right] dV \quad (8)$$

Kraften,  $\mathbb{F}$ , som verkar på ett magnetiserat prov (eller en strömslinga) i ett inhomogent fält ges av

$$\mathbb{F} = \text{grad } W \quad (9)$$

Om man väljer lämplig fältgradient samt form och volym på det prov, som skall undersökas så kan dess susceptibilitet eller magnetisering beräknas ur den uppmätta kraften. Det finns många olika möjligheter att mäta kraften, till exempel med en känslig våg eller trådtöjningsgivare.

### 2.3.1.1 Mätning av susceptibilitet

I ett paramagnetiskt eller diamagnetiskt prov är magnetiseringen proportionell mot magnetiserande fältet

$$M = \chi \cdot H \quad (10)$$

$\chi$  = magnetiska susceptibiliteten

$M$  = magnetiseringen = dipolmomentet per volymenhet

Flödestätheten  $B = \mu_r \mu_0 H = \mu_0 (H + M) = \mu_0 H (1 + \chi)$

$\mu_r$  = relativa permeabiliteten för mediet

$\mu_0$  = permeabiliteten för vakuum

Med dessa relationer kan (8) omformas

$$dW = \left[ \frac{1}{2} H \cdot \mu_0 H (1 + \chi_{\text{prov}}) - \frac{1}{2} H \cdot \mu_0 H (1 + \chi_{\text{luf}}) \right] dV$$

$$dW = \frac{1}{2} \mu_0 H^2 (\chi_{\text{prov}} - \chi_{\text{luf}}) dV$$

om  $\chi_{\text{luf}} \approx 3.6 \cdot 10^{-7} \ll \chi_{\text{prov}}$  fås:

$$dW \approx \frac{1}{2} \mu_0 H^2 \chi_{\text{prov}} dV \quad (11)$$

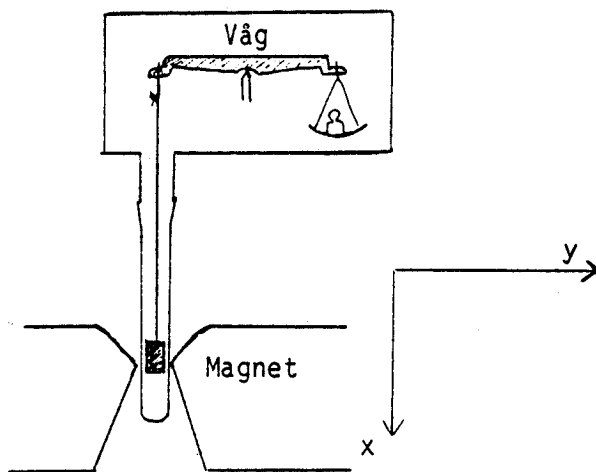
Ett prov, som placeras i ett horisontellt fält, y-led, med en gradient i vertikalled, x-led, utsätts för vertikala krafter. På volymelementet  $dV$  verkar kraften:

$$dF = \frac{d}{dx} dW = \frac{1}{2} \mu_0 \chi_{\text{prov}} \frac{dH^2}{dx} dV \quad (12)$$

$$dF = \mu_0 \chi_{\text{prov}} H \frac{dH}{dx} dV \quad (13)$$

På hela provet verkar:

$$F_x = \int_{\text{provets volym}} \mu_0 \chi_{\text{prov}} H \frac{dH}{dx} dV \quad (14)$$



*Fig. 7. Faraday-metoden för mätning av magnetisk susceptibilitet. Magnetens polskor är utformade för att ge höga värden på  $H \frac{dH}{dx}$  som är konstant över en liten volym.*

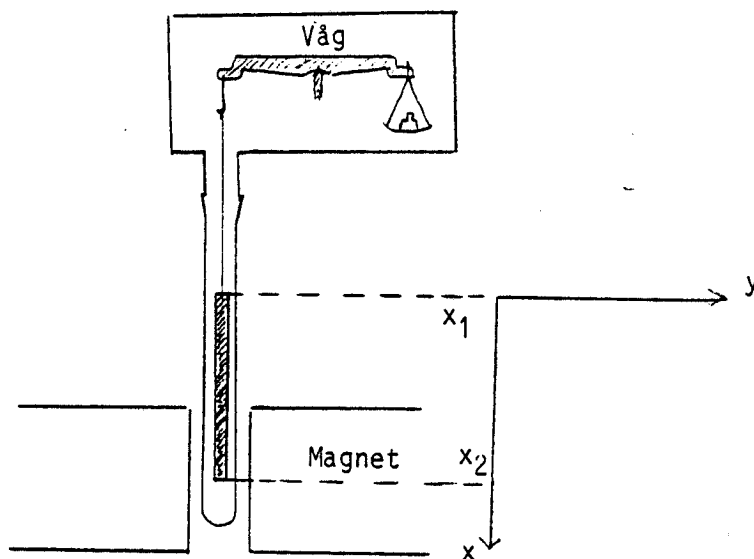
I den sk Faraday-metoden, se figur 7, placeras ett prov med liten volym i fältet från en elektromagnet där polgapet utformats så att  $H \frac{dH}{dx}$  är konstant över provvolymen. I detta fall ger (14):

$$F_x = \mu_0 \chi_{\text{prov}} H \frac{dH}{dx} V = \text{konstant} \cdot \chi \quad (15)$$

Metoden är ej den bästa för absoluta mätningar, då det är svårt att bestämma fältet och gradienten noggrant i provets läge. Därför utnyttjas ofta prover med känd susceptibilitet som kalibreringssubstanser. Förhållandet mellan krafterna ger förhållandet mellan provernas susceptibiliteter. Det är då viktigt att proverna alltid befinner sig i samma läge under alla mätningar.

För absolutmätningar kan Gouys metod användas, se figur 8. Här utformas provet som en lång stav där ena änden placeras mitt i gapet till en elektromagnet vars poler har parallella ytor. Där är fältet

starkt och homogent. Provet andra ände befinner sig i ett område där fältet är förhållandevis svagt.



*Fig. 8. Gouys metod för mätning av magnetisk susceptibilitet.*

Kraften på provet fås genom att integrera ekvation (12):

$$F_x = \int_{\text{provets volym}} \frac{1}{2} \mu_0 \chi_{\text{prov}} \frac{dH^2}{dx} dV$$

För en rak provstav med tvärsnitt  $A$  är fältet ungefär konstant över provvolymen  $dV = A dx$ . Detta ger

$$F_x = \frac{1}{2} \mu_0 \chi_{\text{prov}} A \int_{x_1}^{x_2} \frac{dH^2}{dx} dx \quad (16)$$

$$F_x \approx \frac{1}{2} \mu_0 \chi_{\text{prov}} A H_2^2 \quad \text{om } H_2 \gg H_1$$

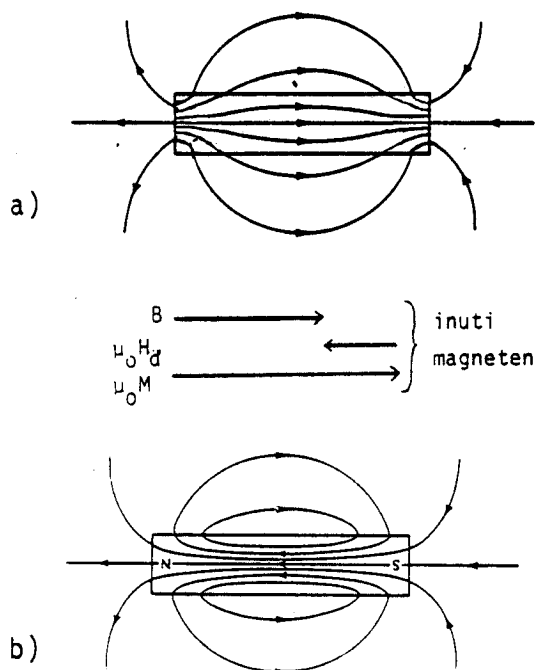
I detta fall behöver inte gradienten bestämmas, det räcker att mäta upp det homogena fältet mitt i polgapet. Metoden kräver emellertid en stor mängd material, omkring  $10 \text{ cm}^3$ , eftersom provstaven bör vara 10-15 cm lång.

### 2.3.1.2 Magnetisering och Curie-temperatur hos ferromagnetiska material

Magnetiseringen hos ett ferromagnetiskt material kan bestämmas genom att mäta kraften på ett litet prov placerat i ett inhomogent magnetfält, på liknande sätt som beskrevs i 2.3.1.1. Kraften på ett ferromagnetiskt prov blir emellertid flera 10-potenser större än på motsvarande mängd para- eller diamagnetiskt material. En våg för mätning på ferromagnetiska prover måste därför tåla större krafter, än den våg som skall användas för para- eller diamagnetiska prover. Den behöver i gengäld inte ha lika stor känslighet.

#### Avmagnetiseringsfaktorn

För att bestämma provets susceptibilitet ur magnetiseringen måste man känna provets avmagnetiseringsfaktor. Det magnetiserande fältet,  $H$ , inuti ett prov skiljer sig från det yttre pålagda fältet,  $H_a$ , på grund av provets magnetisering.



*Fig. 9. Fältet från en stavmagnet utan yttre pålagt fält. a) H-fältet och b) B-fältet. Vektorerna i mittfiguren visar värdena på dessa storheter i stavens mittpunkt.*

Figur 9 visar H- och B-fälten i en stavmagnet. B-fältet ger slutna fältlinjer, men H-fältet börjar och slutar vid stavens ändrar, som om linjerna utgick från "magnetiska poler" vid ytan. H och B får alltså olika riktning i materialet.

$$B = \mu_0 (M - H_d)$$

$$H_d = \text{avmagnetiserande fältet}$$

I stavmagneter är fälten inhomogena med kraftig divergens i stavens ändrar. Om ändarna "fasas" av minskar denna divergens, fälten blir mer homogena. En omagnetiserad ellipsoid som placeras i ett homogent magnetfält får en homogen magnetisering. I detta, och endast i detta, fall är avmagnetiserande fältet,  $H_d$ , homogent och proportionellt mot magnetiseringen:

$$H_d = D M$$

$$D = \text{avmagnetiseringsfaktorn}$$

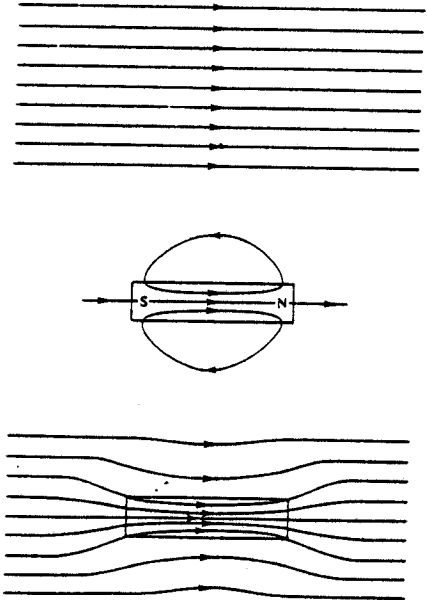
D kan beräknas exakt bara för ellipsoider. I alla andra fall varierar  $H_d$  från punkt till punkt i provet. (För prover som mättats blir dock magnetiseringen homogen). I dessa fall måste D bestämmas experimentellt.

H-fältet inuti ett prov med yttre pålagt fält  $H_a$  fås

$$H = H_a - H_d = H_a - DM$$

Provets susceptibilitet,  $\chi$ , kan beräknas enligt:

$$\chi = \frac{M}{H} = \frac{M}{H_a - DM}$$



*Fig. 10. Inverkan av att placera ett magnetiskt prov med  $\mu_r > 1$  i ett från början homogent fält.*



Om den uppmätta susceptibiliteten betecknas med  $\chi_{\text{exp}}$ , där  $\chi_{\text{exp}} = \frac{M}{H_a}$  fås

$$\chi = \frac{\chi_{\text{exp}}}{1 - D\chi_{\text{exp}}}$$

Så länge  $\chi_{\text{exp}} \ll 1$  kan avmagnetiseringseffekten försummas. Detta gäller för vanliga para- och diamagneter, men inte för ferromagneter.

I ett ferromagnetiskt material råder i allmänhet ingen linjär relation mellan magnetisering och magnetiserande fält. Susceptibiliteten beror både av det pålagda fältet och av provets tidigare magnetiska historia. Sambandet mellan  $M$  och  $H$  beskrivs med en magnetiseringskurva och en hystereskurva, se figur 11. Begynnelsesusceptibiliteten,  $\chi_0$ , ges av lutningen på magnetiseringskurvan i origo. Maximala susceptibiliteten,  $\chi_m$ , är magnetiseringskurvans största lutning.  $M_s$  är mättnadsmagnetiseringen,  $M_r$  remanenta magnetiseringen och  $H_c$  intrinsiska koerciviteten. Magnetiserings- och hystereskurvornas utseende för ett givet prov beror av provets material, struktur, form och orientering i magnetfältet.

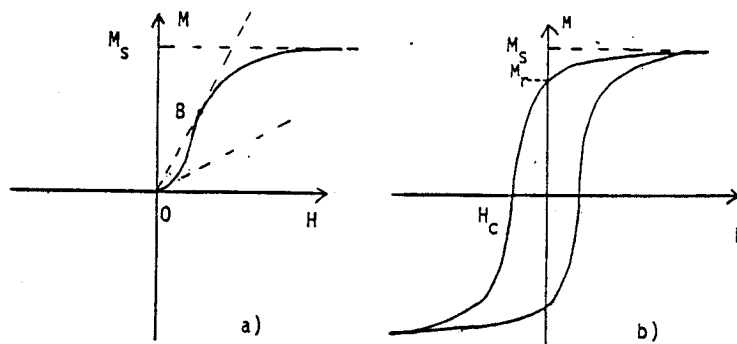


Fig. 11. a) Magnetiseringskurva och b) hystereskurva för ett typiskt ferromagnetiskt material.  $M$  avser magnetiseringen i det pålagda fältets riktning.

Hystereskurvans utseende är avgörande för materialets egenskaper, exempelvis för användning som kärnor i elektromagneter eller transformatorer. I fasta tillståndets fysik är vi mera intresserade av de egenskaper som karakteriserar materialet som sådant. Dessa, så kallade intrinsiska egenskaper, är oberoende av hur provet behandlats. Detta gäller exempelvis mättnadsmagnetiseringen och Curie-temperaturen. Curie-temperaturen,  $T_C$ , är den temperatur under vilken de magnetiska momenten ordnar sig. I materialet uppträder magnetiska domäner, som är magnetiserade med fältet i någon bestämd riktning. Trots denna mikromagnetisering är det inte säkert att provet i sin helhet uppvisar någon makromagnetisering i nollfält. Med ett pålagt yttre fält kan magnetiseringen i de individuella domänerna linjeras upp. Provets mättnadsmagnetisering är alltså lika med den spontana magnetiseringen. Ur mättnadsmagnetiseringens temperaturberoende kan  $T_C$  bestämmas, se figur 12.

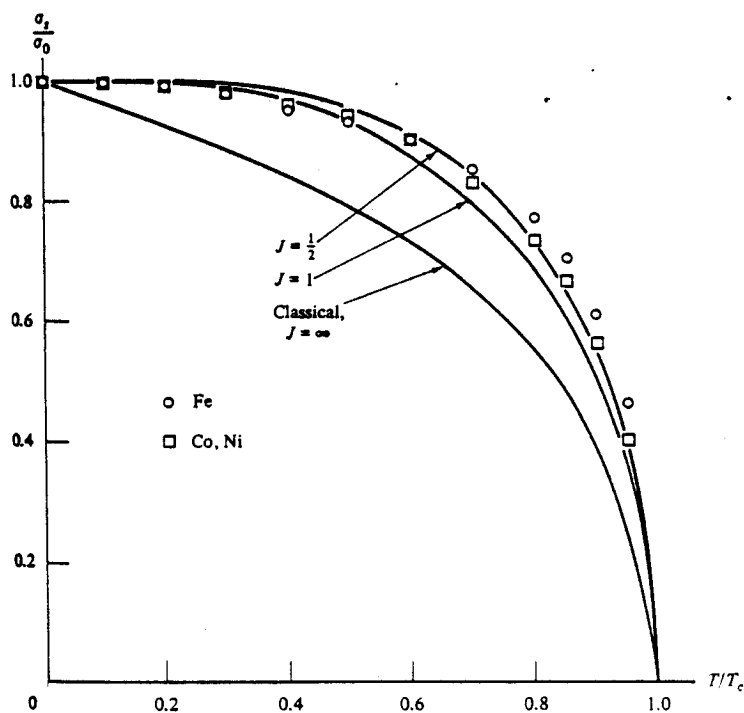


Fig. 12. Relativa mättnadsmagnetiseringen för Fe, Co och Ni som funktion av relativ temperatur. Kurvorna ger beräknade värden, punkterna experimentella.

### 3. UPPGIFTER

Som experimentella uppgifter kommer en laborationsgrupp att få ett antal prover vars magnetiska egenskaper skall undersökas efter principen: Ta reda på så mycket som möjligt om proverna!

Tillgänglig utrustning är kraftgivare och magnet enligt beskrivning av Lundquist och Myers.

Magnetfält, temperatur och provets läge i magnetens polgap kan varieras.

Temperaturen i provutrymmet kan varieras från rumstemperatur och upp till ca 400°C.

Magnetfältets styrka begränsas av strömmen i lindningarna, som får vara högst 14 A under kort tid.

Dessutom finns ytterligare en elektromagnet med utbytbara polskor samt en analysvåg.

#### Instuderingsfrågor

---

1. Föreslå lämpligt tillvägagångssätt för att kalibrera den beskrivna försöksupställningen för mätningar på diamagnetiska och ferromagnetiska prover.
2. a. Beskriv temperatur- och fältberoendet hos susceptibiliteten för en Pauli paramagnet.  
b. Beskriv temperatur- och fältberoendet hos susceptibiliteten för en diamagnet.  
c. Beskriv temperatur- och fältberoendet hos susceptibiliteten för icke-växelveckande magnetiska moment.  
d. Beskriv temperatur- och fältberoendet hos susceptibiliteten för en ferromagnet.  
e. Beskriv temperatur- och fältberoendet hos susceptibiliteten för en antiferromagnet.

3. Antag att du har fått ett prov, som är paramagnetiskt vid rumstemperatur. Din uppgift är att bestämma det effektiva magnetiska momentet per atom i provet och att avgöra om det finns växelverkan mellan de magnetiska momenten. Föreslå lämplig försöksserie, beskriv vilken teori, som är tillämplig och vilka beräkningar, som kan ge det önskade resultatet.
4. Beskriv experiment och beräkningar för att bestämma effektivt magnetiskt moment samt Curie-temperatur för ett ferromagnetiskt material.
5. I referenslitteratur om magnetism är CGS-systemet fortfarande det mest använda. Därför är det ofta nödvändigt att göra omräkningar till SI-enheter. Leta reda på följande data, ange referens och gör omräkning mellan de båda systemen:
  - a) mätnadsmagnetisering för järn vid 0 K och vid 273 K
  - b) susceptibiliteten för silver vid rumstemperatur
  - c) susceptibiliteten för järnklorid ( $\text{FeCl}_2$ ) vid rumstemperaturOm du har ont om tid före första laborationstillfället, räcker det om uppgift 5 är klar till andra tillfället.

#### 4. REFERENSER

Bennett L.H., Page C.H. och Swartzendruber L.J. (1975) Comments on units in magnetism. AIP Conference Proceedings No 29. Editors Becker J.J., Lander G.H. och Rhyne J.J.

Lundquist N. och Myers H.P. (1962) Strain gauge balance for ferromagnetic and paramagnetic measurements. J. Sci. Instr. 39, 154-155.

Myers H.P. (1983) Introductory solid state physics. Kompendium utgivet vid fysiska institutionen, CTH, Göteborg.

Öhman L. (1981) Magnetiska mätningar på metalliska glas. Examensarbete, Fysiska institutionen, CTH, Göteborg.

# Strain gauge balance for ferromagnetic and paramagnetic measurements

N. LUNDQUIST and H. P. MYERS

Active Metallurgy Section, Aktiebolaget Atomenergi, Studsvik, Sweden

MS. received 7th December 1961

Two balances, one for measurement of ferromagnetic magnetization, the other for paramagnetic susceptibility measurements, are described. Designs are based on Sucksmith's ring balance but the ring and optical lever system of the latter has been replaced by a strain gauge bridge which allows the force on the magnetic specimens to be determined via potentiometer readings. The modified balances are very robust, insensitive to vibration and, if desired, suitable for direct recording. Relative accuracies to 0.3% and 0.5% are obtained respectively for the ferromagnetic and paramagnetic systems.

1. In Sucksmith's original designs (Sucksmith 1929, 1939) of ring balances for ferromagnetic magnetization and paramagnetic susceptibility measurements an inhomogeneous magnetic field is arranged so that the specimen experiences a force vertically downwards; this force causes a slight vertical displacement of the specimen, which is magnified first mechanically by the large circular ring and then by an optical lever formed by two mirrors fastened to the ring at positions such that they experience the maximum rotation for any given vertical force applied to the ring. Normally the balances are used with a straight filament lamp and a suitable lens, which after the rays have been reflected by the two opposed mirrors on the ring forms a real image of the filament at the focal plane of the objective lens of a travelling microscope. This image ordinarily moves about 5 to 15 mm as a result of the very small specimen displacement and can with a good travelling microscope be readily measured to

$\pm 0.02$  mm, so that very good relative accuracy is obtainable. The sensitivity of the balance is controlled by the dimensions of the ring and the thickness of the flat spiral springs, which provide lateral constraint to the rod connecting the specimen container with the base of the ring. Details may be found in Sucksmith's papers. We have found it convenient to replace the optical system by a strain gauge bridge, the measurement of magnetization or susceptibility being obtained via potentiometer readings.

2. The modified ferromagnetic balance (figure 1(a)) uses a strain gauge bridge A, of which the axle B is fastened via a 0.2 mm diameter copper wire to the molybdenum rod C, which is supported by the two flat springs E and thereby allowed to move only in the vertical direction. The specimen is carried in a small platinum box and attached to the end of the molybdenum rod in the usual manner. If necessary

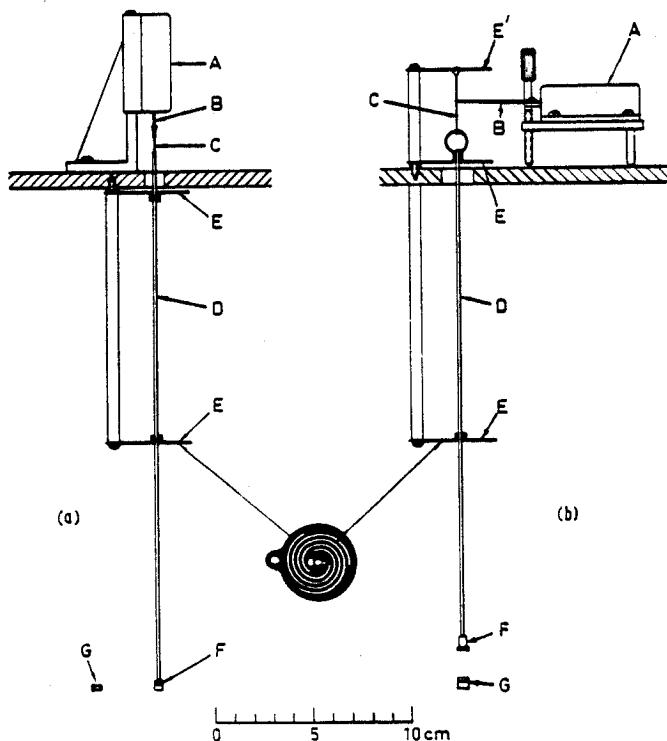


Figure 1. Balance arrangements for (a) ferromagnetic measurements, (b) paramagnetic measurements.

## STRAIN GAUGE BALANCE FOR FERROMAGNETIC AND PARAMAGNETIC MEASUREMENTS

the position of the strain gauge bridge can be adjusted in the vertical direction.

The arrangement for paramagnetic susceptibility measurements (figure 1(b)) uses a more sensitive strain gauge bridge, which is actuated by a short cantilever B. The vertical rod D is a double capillary tube of alumina again supported by two flat springs E. This alumina tube is attached to the cantilever of the bridge by a 0.2 mm diameter stainless-steel wire C soldered to B and supported by a third flat spring E'. The rod D possesses a fixture F to receive the specimen container G. The position of the cantilever may be adjusted with the aid of a screw.

The design of flat spring used to provide lateral constraint is also shown in figure 1. These springs are made in hardened beryllium copper and have a thickness of 0.3 mm and 0.1 mm for the ferromagnetic and paramagnetic balances respectively. The pattern is obtained by a photographic etching technique.

3. The strain gauge bridges used in these balances were supplied by AB Svenska Mätapparater, Farsta, Sweden, and consist of four wire elements coupled as a Wheatstone bridge and arranged so that diagonally opposite elements of the bridge experience strains of the same sign. For the ferromagnetic balance a bridge with a range of  $\pm 50$  g corresponding to a displacement of  $\pm 40 \mu\text{m}$  has been used. With an input voltage to the bridge of 8 v this bridge has a sensitivity of about  $300 \mu\text{v g}^{-1}$ .

The paramagnetic balance is fitted with a more sensitive bridge having a range of  $\pm 5$  g corresponding to a displacement of  $\pm 400 \mu\text{m}$  and for an input voltage of 8 v provides a sensitivity of  $3000 \mu\text{v g}^{-1}$ , which is increased by a factor of 2 by the cantilever. The flat springs offer some restoring force, thereby reducing these sensitivities by 2 to 3% for the ferromagnetic balance and by about 30% for the paramagnetic balance. Both systems have been shown to give accurately linear relationships between force and out of

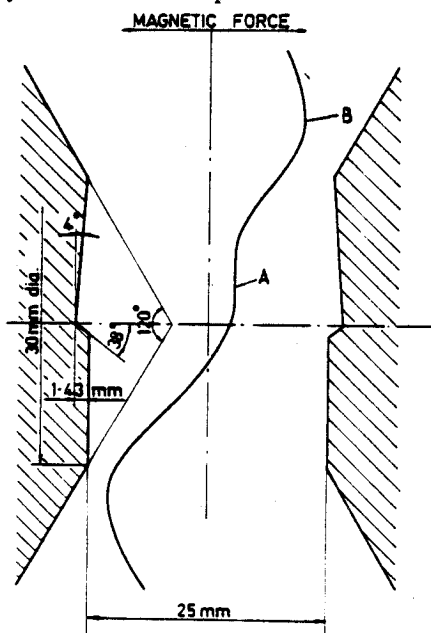


Figure 2. A vertical section through the centre of the pole pieces showing profile and the variation of force on specimen with position. Ferromagnetic measurements are made with the specimen at position A; paramagnetic substances are placed at position B.

balance potential for the bridge. The latter potential is measured by a Vernier potentiometer allowing an accuracy to  $\pm 1 \mu\text{v}$ .

4. The two balances described have been used with the same magnet and the same pole pieces. This magnet is of Sucksmith's design, manufactured by J. H. Humphreys and Sons Ltd, Oldham. To facilitate measurements at low and high temperatures a pole gap of 25 mm is normally used. For ferromagnetic measurements a region of constant field gradient has been obtained with the pole profile shown in figure 2. We would point out that the profile and dimensions given are not at all critical nor are they necessarily optimized for providing a maximum field gradient at the specified pole gap. The system has sufficient sensitivity to allow considerable latitude here. The ferromagnetic measurements are made at position A, figure 2. We have for convenience used the same pole pieces for paramagnetic measurements utilizing the maximum in field gradient obtained at the position marked B.

5. The sensitivities obtained with these balances used with the pole piece profile shown in figure 2 and a field strength of 16000 oersteds are given in the following table for a magnetization  $\sigma$  of  $100 \text{ ergs gm}^{-1} \text{ oersted}^{-1}$  and a paramagnetic susceptibility  $\chi$  of  $10^{-6} \text{ ergs gm}^{-1} \text{ oersted}^{-2}$ ;  $m$  is the specimen mass in grammes and  $E$  the resulting out of balance potential in  $\mu\text{v}$ .

System	Ferromagnetic	Paramagnetic
$\sigma, \chi$	$\sigma = 100$	$\chi = 10^{-6}$
$m$	0.04	0.4
$E$	1000	70

The lower limit of measurement lies around  $E \sim 1 \mu\text{v}$ , which implies  $\chi \sim 0.02 \times 10^{-6}$  for the paramagnetic balance. The latter system gives a relative accuracy to about 0.5% or a resolution in  $\chi$  of at least  $0.02 \times 10^{-6}$ . The ferromagnetic balance has relative accuracy to about 0.3%.

6. The above balances have been used at high and at low temperatures in the usual manner. It was found, however, that the strain gauge bridges were unstable in a vacuum, there being a constant drift of zero reading with time. This has been attributed to the thermal isolation of the bridge under vacuum conditions and associated temperature increase in the wire elements due to the small powers developed there. This zero drift disappeared when the pressure was over 1 mmHg. At high temperature, measurements are therefore normally made in an argon atmosphere at 10 mmHg pressure.

7. The magnetic balances modified as described have been found to operate very satisfactorily; they are robust and give excellent reproducibility. The strain gauge bridges have much stiffer spring action than the original metal rings and this is advantageous since the actual specimen movement is thereby reduced and there is less chance that it moves out of the region of constant field gradient. The systems are insensitive to normal laboratory vibrations and react only to a direct mechanical blow on the balance fixture and this effect is of only momentary significance. We have found the stability of these balances coupled with the ease of electrical measurements to be particularly convenient. If desired the signal from the bridge may be directly recorded.

## References

- SUCKSMITH, W., 1929, *Phil. Mag.*, 8, 158.  
— 1939, *Proc. Roy. Soc.*, 170, 551.

COMMENTS ON UNITS IN MAGNETISM

L. H. Bennett, C. H. Page, and L. J. Swartzendruber  
National Bureau of Standards  
Gaithersburg, Maryland 20234

ABSTRACT

Suggestions are given on how to express magnetic quantities in SI units.

INTRODUCTION

Perusing the 1974 M<sup>3</sup> Conference Proceedings indicates that, at the present time, Systeme Internationale (SI) units are avoided by most leading scientists and engineers in the field of magnetism. Throughout the Proceedings, almost universal preference is displayed for the cgs electromagnetic system (or for the Gaussian system, which gives an equivalent description of magnetic quantities). However, usage of SI units in the field of magnetism will undoubtedly increase with time. One barrier to increased usage is the present lack of standardized and agreed upon relationships between magnetic quantities within the SI. In this paper we will tentatively propose notation and definitions for those relationships most frequently used by experimentalists, with the hope that this will help stimulate the magnetism community to make their views known on preferred definitions.

SOME CONSIDERATIONS ON THE TWO SYSTEMS

One major property of the Gaussian (and the cgs emu) system, considered an advantage by some and a disadvantage by others, is that B and H have the same numerical value in empty space. Changing to the SI, where not only do B and H have different units in empty space, but also different numerical

magnitudes, puts one somewhat in the position of Casimir's<sup>1</sup> mythical tangenometrists who decided that, "The volumetric displacement of empty space - although equal to unity - had the dimension Archimedes per Euclid".

The SI is a "rationalized" system, whereas the Gaussian is unrationalized. Thus, when magnetic susceptibilities are converted between the two systems a factor of 4π is involved. Further factors of 10 are involved depending on whether volume, mass, or molar susceptibility is in question. This gives considerable latitude for errors and ambiguities in data compilations, handbooks, and treatises which attempt to convert existing numerical values to SI units, and numerous examples of such errors can be found. For example, in the recent treatise on magnetic materials by Heck<sup>2</sup>, who endeavors to use SI units as much as possible, a table of paramagnetic susceptibilities apparently gives the rationalized mass susceptibility for Pt in cm<sup>3</sup>/g, the unrationalized mass susceptibility for γ-Fe in cm<sup>3</sup>/g, and the rationalized volume susceptibility for Li (dimensionless). Since these differences in units are not listed in the table, an unsuspecting user could easily be misled. As most commonly used with SI, the relation between B, H, and M is defined as  $B = \mu_0(H + M)$ ,  $\chi = M/H$ . Some authors<sup>3</sup> exhibit the  $\mu_0$  associated with the SI explicitly by replacing, H by  $B/\mu_0$ , giving  $\chi = \mu_0 M/B$ . This is, of course, approximately correct for the small susceptibilities found in most diamagnetic and paramagnetic materials, but could be misapplied to superparamagnetic or ferromagnetic materials.

RECOMMENDATIONS

In order to ease conversion from Gaussian (and cgs emu) to SI units, the names, definitions, and symbols for magnetic quantities should be standardized. This requires agreement within the magnetism community. Our current recommendations are summarized in the Tables.

Table 1 lists recommended symbols and names for magnetic quantities in SI and cgs emu. When using SI units to express susceptibility, we believe it would be useful to label it 'rationalized' and give it the symbol κ, reserving χ for the non-rationalized cgs emu system. What we have labeled the "volume susceptibility" in Table 1 is often referred to simply as just "susceptibility". The

Table 1

Symbols and names for magnetic quantities in SI and cgs, Gaussian (or cgs emu).

Symbol	Name	
	cgs emu	SI
B	flux density magnetic induction	flux density (magnetic induction)
H	magnetic field strength	magnetic field strength
M	magnetization	magnetization
J	—	magnetic polarization
χ	volume susceptibility	—
κ	—	rationalized volume susceptibility
χ <sub>p</sub>	mass susceptibility	—
κ <sub>p</sub>	—	rationalized mass susceptibility
χ <sub>mole</sub>	molar susceptibility	—
κ <sub>mole</sub>	—	rationalized molar susceptibility
m	magnetic moment	magnetic moment
μ <sub>B</sub>	Bohr magneton	Bohr magneton

TABLE 2

Corresponding equations in SI and cgs Gaussian (or cgs emu). In this table, F refers to force, W refers to the energy of a magnetic dipole in a field, w refers to the volume energy density. Other symbols are defined in Table 1.

Gaussian (or cgs emu)	SI
$B = H + 4\pi M$	$B = \mu_0 (H + M)$ (1)
	$B = \mu_0 H + J$ (2)
$\chi = M/H$	$\kappa = M/H$ (3)
$F = \chi V H \frac{\partial H}{\partial x}$	$F = \mu_0 \kappa V H \frac{\partial H}{\partial x}$ (4)
$W = -mB \cos \theta$	$W = -mB \cos \theta$ (5)
$w = \frac{BH}{8\pi}$	$w = \frac{1}{2} BH$ (6)

Table 3. Conversion from Gaussian to S.I. Units

Multiply the Number for		by	To Obtain the Number for	
Gaussian Quantity	Unit		SI Quantity	Unit
flux density, B	G	$10^{-4}$	flux density, B	$T(\approx Wb/m^2 \approx Vs/m^2)$
magnetic field strength, H	Oe	$10^3/4\pi$	magnetic field strength, H	A/m
volume susceptibility, $\chi$	emu/cm <sup>3</sup> (dimensionless)	$4\pi$	rationalized volume susceptibility, $\kappa$	dimensionless
mass susceptibility, $\chi_p$	emu/g ( $\approx cm^3/g$ )	$4\pi \cdot 10^{-3}$	rationalized mass susceptibility, $\kappa_p$	m <sup>3</sup> /kg
molar susceptibility,* $\chi_{mole}$	emu/mol ( $\approx cm^3/mol$ )	$4\pi \cdot 10^{-6}$	rationalized molar susceptibility, $\kappa_{mole}$	m <sup>3</sup> /mol
magnetization, M	G or Oe	$10^3$	magnetization, M	A/m
		$4\pi \cdot 10^{-4}$	magnetic polarization, J	T
magnetization, $4\pi M$	G or Oe	$10^3/4\pi$	magnetization, M	A/m
		$10^{-4}$	magnetic polarization, J	T
magnetization, M	$\mu_B$ /atom or $\mu_B$ /form. unit, etc.**	1	magnetization, M	$\mu_B$ /atom or $\mu_B$ /form. unit, etc.**
magnetic moment of a dipole, m	erg/G	$10^{-3}$	magnetic moment of a dipole, m	J/T ( $\approx Am^2$ )
demagnetizing factor, N	dimensionless	$1/4\pi$	rationalized demagnetizing factor, N	dimensionless

\* Also called atomic susceptibility. Molar susceptibility is preferred since atomic susceptibility has also been used to refer to the susceptibility per atom.

\*\* "Natural" units, independent of unit system. However, the numerical value of the Bohr magneton does depend on the unit system.

introduction of the symbol J (where  $J = \mu_0 M$ ) in the SI is useful due to the controversy<sup>4</sup> over whether one should define  $B = \mu_0(H+M)$  or  $B = \mu_0 H + M$ . Further, the symbol J and the associated name 'magnetic polarization', are in current use<sup>5</sup>.

Table 2 compares several of the more important equations in the field of magnetism. Eqs. (1) and (2) define the recommended usage of the symbols M and J in SI, as mentioned above. In both Gaussian and SI units, the volume susceptibility, defined by Eq. (3), is dimensionless and is the ratio of M to H, (both with magnitudes which will change by a factor of  $4\pi$  upon rationalization). Eq. (4) gives the force on a material placed in a magnetic field gradient. (This equation involves certain

assumptions and is most useful for small samples with small susceptibilities.) Eq. (5) gives the energy of a (point) magnetic moment in a magnetic field, and Eq. (6) gives the volume energy density associated with a magnetostatic field.

Table 3 gives numerical factors for converting between the two unit systems. The conversions for flux density, B, and susceptibility,  $\chi$  and  $\kappa$ , are independent of the conventions adopted, i.e. whether  $B = H + M$ ,  $B = \mu_0 H + M$ , etc. Other conversions will depend on these conventions. One problem for those not thoroughly familiar with current magnetic unit usage is that 'emu' is not really a unit but rather a flag to describe the unit system being used. Often, though not always, a dimensional analysis on susceptibility units may be performed if 'emu' is replaced by cm<sup>3</sup>. Another problem which undoubtedly gives further difficulty to the uninitiated is the variety of units used for the same quantity in the Gaussian system. For example, in the 1974 M<sup>3</sup> conference proceedings we find the following units

used for "magnetization": G, Oe, emu/g,  $\mu_B$ /atom, B.M./FORMULA UNIT,  $\mu_B$ /impurity, G cm<sup>3</sup>/g, emu/cm<sup>3</sup>, and emu; and for "susceptibility" we find the following variety of units: emu/g, emu/cm<sup>3</sup>, emu/mole, emu/g kOe, emu/gm-At. V, and emu/Oe mole.

To convert an equation given in the Gaussian system to the corresponding equations in the SI, Table 4 can often be useful. For example, in the Gaussian system the magnetization can be considered as the magnetic moment per unit volume,

TABLE 4

## Substitutional Symbols for Equations

To convert an equation in Gaussian units to a corresponding equation in SI, replace the symbols in the column labeled Gaussian by the combination of symbols in the column labeled SI. Symbols representing quantities with units involving only volume, force, energy, and length transform directly.

Gaussian Quantity	Gaussian symbol	SI symbol
flux density	B	$\sqrt{4\pi/\mu_0}$ B
magnetic field	H	$\sqrt{4\pi\mu_0}$ H
magnetization	M	$\sqrt{\mu_0/4\pi}$ M, or $\sqrt{1/4\pi\mu_0}$ J
volume susceptibility	$\chi$	$(1/4\pi)\kappa$
magnetic moment	m	$\sqrt{\mu_0/4\pi}$ m



Important Fundamental Constants

Quantity	Gaussian	SI
$\mu_0$ , permeability of free space	1 (dimensionless)	$4\pi \times 10^{-7}$ H/m $\left( \equiv \frac{Tm}{A} \equiv \frac{Vs}{Am} \right)$
$\mu_B$ , Bohr magneton	$9.274078(36) \times 10^{-21} \frac{erg}{G}$	$9.274078(36) \times 10^{-24} \frac{J}{T} \left( \equiv Am^2 \right)$
$\mu_N$ , Nuclear magneton	$5.050824(20) \times 10^{-24} \text{ erg/G}$	$5.050824(20) \times 10^{-27} \text{ J/T}$

$$M = \frac{m}{V} \quad (1)$$

TABLE 6

where M is the magnetization in G, m is an appropriate magnetic moment in erg/G, and V is an appropriate volume in cm<sup>3</sup>. Using the substitutions of Table 4 we have

$$\sqrt{\frac{\mu_0}{4\pi}} M = \frac{\sqrt{\mu_0/4\pi} m}{V} \quad (2)$$

which reduces to

$$M = \frac{m}{V} \quad (3)$$

Thus the magnetization in our suggested SI system can also be considered as the magnetic moment per unit volume, with magnetization in A/m, dipole

moment in J/T, and volume in m<sup>3</sup>. Table 5 gives the numerical value of three important fundamental magnetic constants in the two unit systems, and Table 6 compares demagnetizing coefficients, N, for several familiar shapes, where the defining equation for N for both systems is

$$H = H_0 - NM \quad (4)$$

with H the magnetic field strength within the magnetized body and H<sub>0</sub> the applied magnetic field strength.

DISCUSSION

There are currently several systems of electromagnetic equations that may be used with SI units<sup>4,6</sup>. In order to apply SI units in the field of magnetism with a minimum of confusion, agreement and uniformity in symbols and definitions would be extremely helpful. Here we have suggested such a set of symbols and definitions which covers most of the quantities of current interest to those who publish in the M<sup>3</sup> proceedings. We would emphasize that this set is possibly not the one most desirable to a majority of magneticians. It was selected as one which appeared to us to be most in conformity with current international usage. An example of an alternative system would be the SI analog of a rationalized 'Gaussian' system. In such a system B, H, and M would be given the relation B=H+M, and H and M would also have units of 'tesla'. This would overcome the problem, troublesome to some, of giving B and H different numerical values in a vacuum. Another possibility, favored by Coleman<sup>7</sup>, is the "SI electric" in which one defines B=H+μ<sub>0</sub>M as the general relationship between B, H and M. In

Demagnetizing Coefficients, N, for homogeneous isotropic bodies of various shapes.

Shape	N Gaussian (unrationalized)	N SI (rationalized)
to axis of long needle	0	0
⊥ to axis of long needle	2π	1/2
sphere	4π/3	1/3
⊥ to plane of a thin disc	4π	1

this system the unit for B and H is tesla and the unit for M is Am<sup>-1</sup>, again giving B and H the same numerical value in empty space. However, both of these systems have the advantage (or disadvantage) found in the Gaussian system that B and H have the same numerical value in empty space.

Many of the details listed in the Tables given here depend on the particular SI relationship adopted for magnetic quantities. However, whichever relationships are adopted, the conversions for magnetic induction and susceptibility listed in Table 3 will remain valid, and the use of the proper unit and of the term 'rationalized' whenever susceptibility values are given in SI units would do much to reduce the possibility for errors and misinterpretation.

REFERENCES

1. H. G. B. Casimir, *Helv. Physica Acta* **41**, 741 (1968).
2. C. Heck, "Magnetic Materials and Their Applications", (Crane, Russak and Company, Inc., New York, 1974), p. 16.
3. For example, C. Kittel, "Introduction to Solid State Physics", Fourth Edition, (J. Wiley and Sons, Inc., New York, 1971), p. 499.
4. L. J. Giacoletto, *IEEE Trans. on Magnetics* **4**, 1134 (1974).
5. For example, H. Zijlstra, *Philips Tech. Rev.* **34**, 193 (1974).
6. See, for example, C. H. Page, *Amer. J. of Phys.* **38**, 421 (1970); H. V. Stopes-Roe, *Nature* **222**, 500 (1969); **224**, 579 (1969); R. Green, *Geophys. Prosp.* **16**, 1 (1968).
7. J. E. Coleman, *Amer. J. Phys.* **41**, 221 (1973).