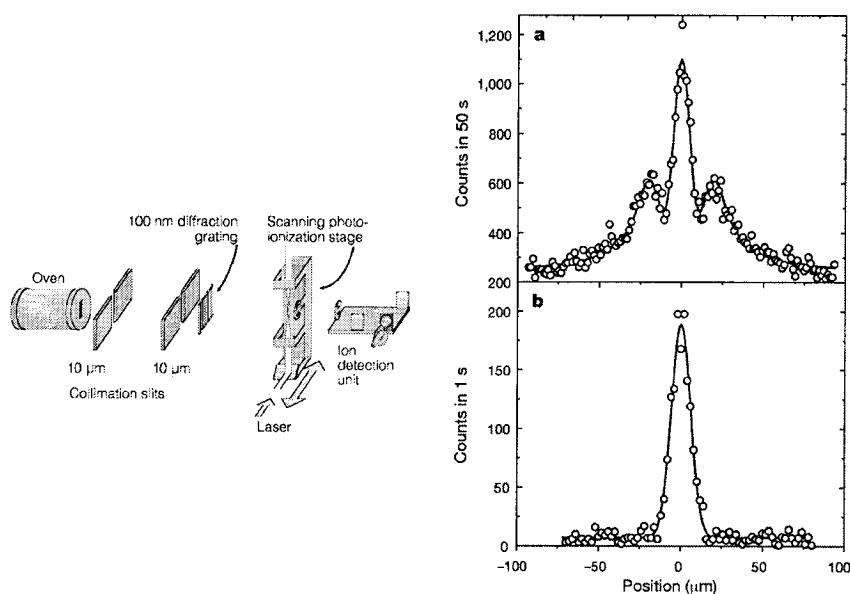


02

Diffraction och interferens



Interferens med C₆₀-molekyler. Till höger visas intensitetsfördelningen (a) med gitter och (b) utan gitter. Även partiklar uppvisar alltså vågegenskaper. (Arndt *et al.*, Nature **401** (1999) 680.)

Laborationens syfte är att du ska 1) få en grundläggande förståelse för diffraction och interferens och 2) lära dig använda en optisk spektrometer.

Förkunskapskrav är att du har grundläggande kunskaper om superpositionsprincipen och Huygens princip.

Du skall före laborationen läsa igenom detta lab-PM och tillhörande avsnitt i kursboken. Hemuppgifterna 1–11 på sidan 5 skall arbetas igenom före laborationstillfället.

1 Inledning

I den här laborationen skall vi studera ljusets vågegenskaper och särskilt fenomen som diffraktion och interferens. Vi kommer bland annat att se hur ljus böjs av när det passerar smala spalter och hur man kan använda gitter för att göra noggranna våglängdsbestämningar.

Interferensfenomenet studerades av den välkände Isaac Newton redan på 1600-talet (Newtons ringar). Hans något mindre kände kollega, Francesco Maria Grimaldi från Bologna i Italien lär samtidigt ha gjort de första observationerna av diffraktion genom att iaktta ljusa band i skuggan bakom en stav. Ingen av dem kunde dock förklara sina observationer på ett tillfredställande sätt. Man hade problem med att förstå ljusets natur. Bestod ljuset av partiklar (korpuskler) eller var det fråga om någon slags vågrörelse? Newton förespråkade partikel- eller korpuskelmodellen. Idéerna om ljus som en vågrörelse grundlades av engelsmannen Robert Hooke och holländaren Christiaan Huygens under slutet av 1600-talet. Den senare introducerade därvid *etern* i dess moderna form som kom att bli ett seglivat begrepp. Under 1700-talet förblev korpuskelteorin förhärskande, mycket tack vare Newtons starka inflytande på den tidens vetenskapsmän. Den engelske läkaren, fysikern och egyptologen Thomas Young försökte vid tre tillfällen mellan 1801 och 1803 återuppliva vågteorin i uppläsningar av sina papper inför Royal Society. Efter experiment med dubbelspalter hade han lagt till en ny idé, interferensprincipen [1]:

”When two undulations, from different origins, coincide either perfectly or very nearly in direction, their joint effect is a combination of the motions belonging to each.”

Young utsattes dock för hård kritik. I Frankrike arbetade en annan anhängare av vågteorin, Augustin Jean Fresnel, oberoende av Young. Han lyckades bland annat beräkna diffraktionsmönster från olika sorters öppningar. Efterhand vann vågteorin mark. Man insåg via polarisationsexperiment att ljus måste vara en transversell vågrörelse och 1825 var anhängarna till korpuskelteorin få. Skotten James Clerk Maxwell sammanfattade 1865-1870 all kunskap om elektromagnetismen i sina fyra ekvationer. Ur dessa var det möjligt att visa att elektromagnetiska fält kunde utbreda sig som transversella vågor i etern. Utbredningshastigheten ($c = 1/\sqrt{\epsilon_0\mu_0}$) visade sig vara i stort sett densamma som den experimentellt uppmätta ljushastigheten. Slutsatsen var klar: ljus är en elektromagnetisk vågrörelse. Maxwell själv uttryckte det så här [1]:

”This velocity is so nearly that of light, that it seems we have strong reason to conclude that light itself (including radiant heat,

and other radiations if any) is an electromagnetic disturbance in the form of waves propagated through the electromagnetic field according to electromagnetic laws.”

En solid teoretisk grund för förståelsen av ljus hade därmed lagts. Den klassiska elektromagnetiska teorin för ljus håller än idag (eterbegreppet har dock avskaffats), även om man nu ser den som en approximation till mer fullständiga teorier [1, 2, 3].

Under 1900-talet har man visat att även partiklar har vågegenskaper. Clinton Joseph Davison och L.H. Germer rapporterade 1927 om experiment där elektroner sköts mot en nickelkristall [4]. I vissa riktningar observerades interferenstoppar i den spridda intensiteten. Resultaten kunde förklaras om man antog att atomerna i kristaller sprider elektronerna som vågor med våglängd $\lambda = h/p$, där h är Plancks konstant och p elektronernas rörelsemängd (en kristall kan sägas fungera som ett tredimensionellt diffraktionsgitter). Sedan dess har andra diffraktionsexperiment genomförts med elektroner, till exempel diffraktion vid en skarp kant. Man har även visat att tyngre partiklar har vågegenskaper. Bilden på framsidan av detta lab-PM visar hur fullerener, fotbollsformade C_{60} -molekyler, ger upphov till interferenstoppar efter att ha passerat ett gitter [5]. Fullerener är därmed de hittills tyngsta partiklar för vilka man kunnat påvisa vågegenskaper.

I den här laborationen behandlas grundläggande fenomen. Men steget till tillämpningar är inte så långt. Några blandade exempel:

- Optisk spektroskopi bygger på att man kan bestämma energin hos ljus och därigenom till exempel få detaljerad information om material på atomär nivå [6]. Detta kan göras med hjälp av gitter i spektrometrar (man kan även använda prisma-spektrometrar, Fabry-Perot-interferometrar eller fouriertransformtekniker). En av föregångarna inom spektroskopin var för övrigt Joseph Fraunhofer som tillverkade det första gittret 1823. I dagens laboratorium används lasrar och avancerad optik för att till exempel studera struktur och dynamik i glaser med hjälp av Ramanspektroskopi.
- Diffraktionstekniker används sedan början av 1900-talet för att bestämma strukturen på atomär nivå i olika kristallina material, från vanligt koksalt till biomolekyler i kristallin form [7]. Förutom röntgenstrålning, som är ljus med kort våglängd, kan elektroner och neutroner användas (partiklar har enligt kvantfysiken vågegenskaper). Typiska avstånd mellan atomer i fasta material är av storleksordningen $\text{Å} = 10^{-10}$ m. De minsta objekt man kan se med vanliga mikroskop är av storleksordningen μm . Diffraktion är alltså en väldigt kraftfull teknik.

Med STM (sveptunnelmikroskop) kan man i och för sig "se" enskilda atomer, men bara då dessa sitter på ytor.

- Diffractionsoptik är ett relativt nytt forskningsområde [8]. Med hjälp av datorer och mikrolitografi kan små, avancerade gitter framställas, så kallade *kinoformer*. Kinoformer kan användas för att manipulera laserljus. Tillämpningsområden finns inom optoelektroniken och laser-optiken. Kinoformer kan till exempel komma till användning i extremt snabba A/D-omvandlare (se Ny Teknik 2000:24).
- Upplösningsförmågan i optiska instrument, till exempel våra ögon, är begränsad av diffraction (även linsfel begränsar upplösningsförmågan). Titta på denna text genom ett litet hål i en bit papper, så kommer du se att upplösningen försämras. Upplösningsförmågan är relaterad till strålningens våglängd (Rayleighs upplösningskriterium). Detta är anledningen till att man med elektronmikroskop kan se mycket mindre föremål (\sim nm) än i vanliga ljusmikroskop (\sim μ m). Elektroner med hög energi har nämligen mycket kortare våglängd än synligt ljus.

I nästa avsnitt presenteras apparaturen som används i laborationen. Sedan följer hemuppgifter (skall göras i förväg) och laborationsuppgifter.¹

2 Apparatur

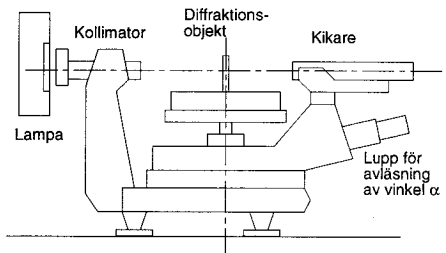
Diffractions- och interferensmönster studeras lämpligen med en optisk spektrometer (se figur 1). En lampa med en smal spalt framför utgör en smal ljuskälla. Linser i kollimatoren bryter ljuset till parallella strålar (plana vågor) som infaller på diffractionsobjektet (enkelspalt, dubbelspalt eller gitter). Utgående plana vågor samlas ihop i kikaren. Det resulterande diffractionsmönstret kan beskådas genom att titta in i kikaren. Man ser då också ett hårkorset. Kikaren är vridbar runt diffractionsobjektet och under kikaren avläses vinkeln α .

För att kunna se någonting, och för att villkoren för Fraunhoferdiffraction (plana vågor in och ut) skall vara uppfyllda, är det viktigt att spektrometern är rätt inställd. På laborationsplatsen finns instruktioner om hur man gör inställningen.

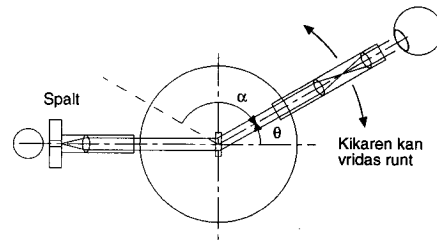
Vad man ser när man tittar i spektrometers kikare kan vara något liknande fotot i figur 2 som visar ett mönster från en enkelspalt. I samma figur visas hur det ser ut när man läser av vinkelskalan. För att läsa av en vinkel vrider man kikaren så att hårkorset hamnar på det ställe man vill läsa av, läser kikaren och läser av vinkelskalan under kikaren. I figur 2 är hårkorset

¹Har du synpunkter på laborationen eller detta lab-PM kan du höra av dig till Olabblaget@fy.chalmers.se

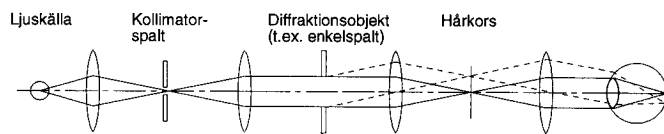
Spektrometern från sidan



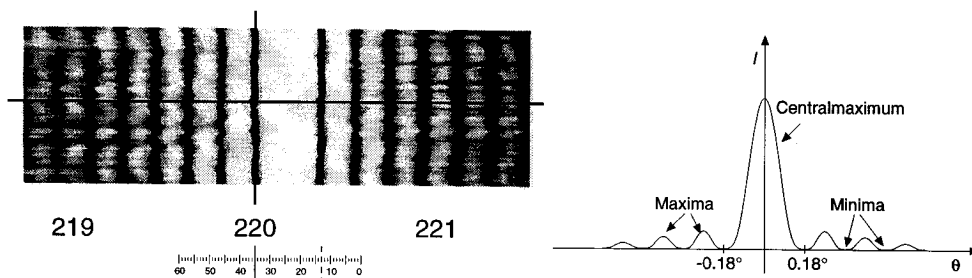
Spektrometern från ovan



Strålgången, schematiskt



Figur 1: Optisk spektrometer som används i laborationen. Genom att ljuskällan avbildas på kollimatorspaltöppningen fås en linjekälla (i praktiken går det oftast bra att ställa lampan intill kollimatorspalten utan avbildande lins som i de översta figurerna).



Figur 2: Till vänster visas ett diffraktionsmönster från en enkelspalt (överst) och spektrometers vinkelskala (undertill). Graderingen är i grader ($^{\circ}$) och bågminuter ($'$). Till höger visas motsvarande intensitetsfördelning. Topparna svarar mot de ljusa linjerna (maxima) och dalarna mot de mörka (minima).

låst på första minimumet till vänster om centralmaximumet. Notera att vinkelskalan på spektrometern är graderad i grader ($^\circ$) och bågminuter ($'$). Vinkeln till första minimumet i figur 2 kan bestämmas enligt följande:

$$\begin{aligned} 2\theta &= 220^\circ 35' - 220^\circ 13' = \left(220 + \frac{35}{60}\right)^\circ - \left(220 + \frac{13}{60}\right)^\circ \\ &= 220.5833^\circ - 220.2167^\circ = 0.3666^\circ \\ &\Rightarrow \theta = \frac{0.3666^\circ}{2} = 0.183^\circ. \end{aligned} \quad (1)$$

Vinkeln i radianer blir

$$\theta = \frac{0.183^\circ}{360^\circ} 2\pi = 0.0032. \quad (2)$$

Diffraktionsmönster kan också studeras med en laser som ljuskälla. Lasrar ger redan från början parallellt och koherent ljus, så någon spektrometer behövs ej. Mönster studeras i så fall på en skärm (titta aldrig in i en laserstråle).

Det mönster man ser kan man, oavsett experimentell metod, representera genom att rita intensiteten I som funktion av vinkeln. Man brukar då räkna vinklar från centralmaximumet. Detta kallas en *intensitetsfördelning*. Till höger i figur 2 visas intensitetsfördelningen för mönstret till vänster i samma figur.

3 Hemuppgifter

Uppgifter 1–11 skall göras före laborationstillfället. Till din hjälp finns ett kortfattat teoriavsnitt i bilaga 1 (se din lärobok för utförligare behandling).

1. Vilka villkor kännetecknar Fraunhoferdiffraction och hur kan man på ett enkelt sätt uppfylla dessa villkor?
2. Använd Huygens princip för att kvalitativt förklara varför ljus böjer av när det passerar en smal spalt.
3. Härled, med ett enkelt resonemang på ett par rader, villkoret för intensitetsminima i mönstret från en enkelspalt ($b \sin \theta = m\lambda$, där $m = \pm 1, \pm 2, \dots$, b är spaltbredden och λ ljusväglängden). Rita figur.
4. Beskriv Youngs dubbelspaltexperiment. Vilka villkor måste allmänt vara uppfyllda för att ett interferensmönster skall kunna observeras?
5. Härled, på ett par rader, villkoret för intensitetsmaxima i mönstret från en dubbelspalt ($d \sin \theta = m\lambda$, där $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ och d är avståndet mellan spaltöppningarna). Rita figur.

6. Skissa intensitetsfördelningen från en dubbelspalt.
7. Beskriv hur ett diffraktionsgitter fungerar. Vad är principal- och sekundärmaxima?
8. Härled, med ett enkelt resonemang på ett par rader, villkoret för principalmaxima i mönstret från ett gitter ($d \sin \theta = m\lambda$, där $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$). Rita figur. Vilka antaganden gör du?
9. Hur skall ett gitter utformas för att diffraktionsfaktorns inverkan på intensitetsfördelningen ska bli så liten som möjligt?
10. Skissa intensitetsfördelningen från ett gitter med $N = 5$. Avståndet mellan spalterna är d och diffraktionens inverkan kan försummas. Hur förändras intensitetsfördelningen om a) gitterkonstanten ökas och b) antalet spalter ökas?

4 Laborationsuppgifter

Uppgift 1: Modellspektrometer (demonstration)

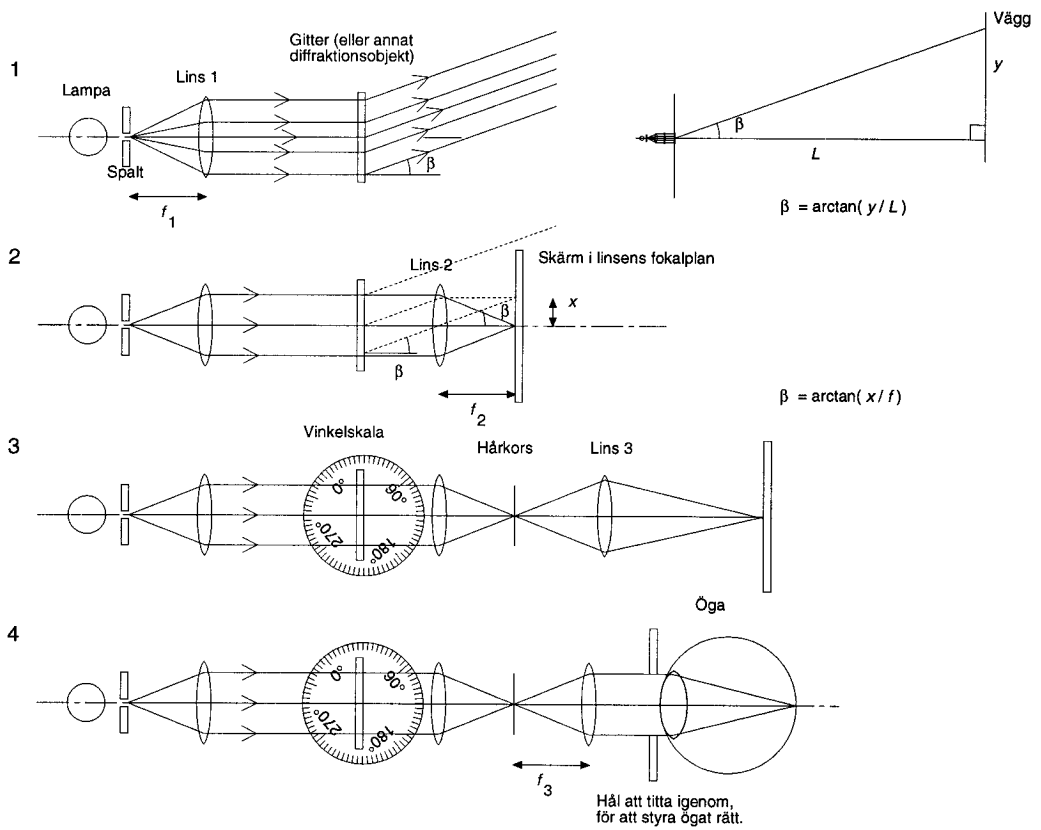
Bygg upp en spektrometer på optisk bänk i fyra steg (se figur 3):

- a) Ordna parallella strålar från en vitljuslampa, sätt in spektrometergittret ($d = 1.67 \mu\text{m}$), och studera mönstret långt borta. Hur mäter du upp våglängden för t.ex. det gröna ljuset?
- b) Sätt in en lins bakom gittret och studera mönstret på en skärm. Hur får du nu fram avböjningsvinkeln för det gröna ljuset? Hur kan du mäta vinkeln om linsen är för liten för att fånga upp det avböjda ljuset?
- c) Ordna en markör på skärmen med hjälp av ett hårkors och ytterligare en lins. Se till att du förstår strålgången.
- d) Modifiera spektrometern så att man kan betrakta mönstret direkt med ögat. Använd 6 V lampspänning och smal ingångsspalt.

Den färdiga modellspektrometern fungerar i princip på samma sätt som de riktiga. Fördelen med de riktiga spektrometrarna är att vinkelavläsningen kan göras betydligt exaktare.

Uppgift 2: Enkelspalt

Använd en spektrometer för studera hur ljus böjs av när det passerar en enkelspalt (diffraktion). Följande moment skall utföras (använd natriumljus med $\lambda = 589 \text{ nm}$):



Figur 3: Fyra modellspektrometrar.

- a) Skissa intensitetsfördelningarna från enkelspalter med spaltbredderna 0.4 mm och 1 mm. Rita i samma skala. Kommentera eventuella skillnader.
- b) Använd enkelspalten med $b = 0.4$ mm och mät vinkeln till de tre första minimumen räknat från centralmaximum. Jämför med teoretiska värden.

Uppgift 3: Dubbelspalt

Studera interferens genom att titta på hur ljus beter sig vid passage genom en dubbelspalt.

- a) Skissa intensitetsfördelningen från dubbelspalten ("Blende mit Doppelspalt"). Se till att kollimatorspalten är optimalt inställd, så att mönstret blir så tydligt som möjligt.
- b) Avskärma den ena av spalterna, till exempel med en bit papper, och rita den nya intensitetsfördelningen. Använd samma skala som ovan och jämför.
- c) Ser interferensmönstret från dubbelspalten ut som du förväntat dig? Vad beror eventuella skillnader på? Förklara varför mönstret ser ut som det gör.
- d) Bestäm spaltavståndet d . Verkar resultatet rimligt?

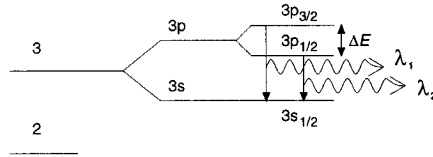
Uppgift 4: Gitter

I förra uppgiften tittade vi på en dubbelspalt ($N = 2$). Nu skall vi se vad som händer när antalet spalter (N) ökar.

- a) Skissa intensitetsfördelningarna från gitter med $N = 4, 5$ och 6.
- b) Vad händer med lägena för principalmaxima, antalet sekundärmaxima och bredd och intensitet på principalmaxima när N ökas?

Öka antalet spalter ytterligare. Använd gittren med 20, 40 och 80 linjer/cm. Studera hur vinkeln mellan två principalmaxima beror av gitterkonstanten d .

- c) Vad händer med vinkeln mellan två principalmaxima om gitterkonstanten d halveras?
- d) Kan du nu se några sekundärmaxima? Vart tog de vägen?



Figur 4: Del av schematiskt energinivådiagram för en fri natriumatom.

Byt lampa till vitljuslampan (men släck ej natriumlampan). Använd $N = 7$ gittret på spaltplattan. Studera hur vinkelavståndet mellan två maxima beror av ljusets våglängd. Mät vinklarna till det röda och det blå ljuset.

- e) Vad händer med vinkeln mellan två maxima om våglängden ökar?
- f) Vilken viktig formel har verifierats i och med de senaste observationerna?

Använd spektrometergittret (600 linjer/mm) med $d = 1.67 \mu\text{m}$ för att bestämma ögats känslighet. Mät vinkeln till 1:a ordningens spektrum, dels för det violetta ljusets början (det vill säga gränsen till ultraviolett) och dels för det röda ljusets slut (gränsen till infrarött) på båda sidorna om centralmaximum.

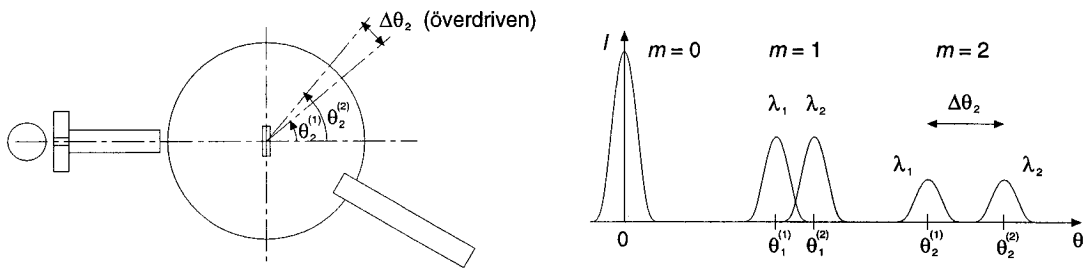
- g) Beräkna våglängderna. Jämför resultaten med tabellvärden.

Uppgift 5: Na-dubblen

Natriumljus med våglängden 589 nm består i själva verket av två tätt liggande våglängdskomponenter. Du skall bestämma våglängdsskillnaden mellan dessa, $\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1$. Uppgiften visar hur man med en spektrometer och ett gitter kan bestämma våglängder noggrant.

Tack vare att en natriumatom har en ensam valenselektron kan den kvantmekaniskt behandlas på liknande sätt som en väteatom [9]. Dock kommer energinivåerna att splittras upp (figur 4). Energinivån 3p är splittrad i två tätt liggande nivåer, $3p_{3/2}$ och $3p_{1/2}$. Det för natrium karakteristiska gula ljuset (589 nm) består därför av två våglängder som kommer från övergångarna $3p_{3/2} \rightarrow 3s_{1/2}$ och $3p_{1/2} \rightarrow 3s_{1/2}$. Våglängdsskillnaden $\Delta\lambda$ kan bestämmas med spektrometern (figur 5). Ett sätt är att mäta vinkeln $\Delta\theta_m = \theta_m^{(2)} - \theta_m^{(1)}$ mellan de båda komponenternas maxima av en viss ordning m . Genom att differentiera gitterekvationen ($d \sin \theta = m\lambda$) får vi våglängdsskillnaden (visa detta!)

$$\Delta\lambda = \frac{d \cos \theta_m}{m} \Delta\theta_m, \quad (3)$$



Figur 5: Ljus som består av två våglängdskomponenter separeras av ett gitter.

där θ_m är vinkeln till första komponentens maximum ($\Delta\theta$ måste anges i radianer). Om vi vet våglängdsskillnaden $\Delta\lambda$ kan vi vidare uppskatta energiskillnaden ΔE , eftersom

$$E = \frac{hc}{\lambda} \Rightarrow |\Delta E| = \frac{hc}{\lambda^2} |\Delta\lambda|, \quad (4)$$

där h är Plancks konstant ($h = 6.63 \times 10^{-34} \text{ Js} = 4.14 \times 10^{-15} \text{ eVs}$) och c är ljushastigheten ($c = 3.00 \times 10^8 \text{ m/s}$).

- Använd spektrometergittret och natriumlampan och studera de båda våglängdskomponenternas maxima av 2:a ordningen. Bestäm $\Delta\lambda$. Verkar resultatet rimligt? Jämför med tabellvärden. (Om dubbletten syns dåligt, justera kollimatorlinsen eller bredden på kollimatorspalten.)
- Bestäm också ΔE . Jämför med energin hos ljus med våglängden 589 nm.
- Kan du se några andra linjer än de gula? Varifrån kommer de?

Extrauppgifter

- Använd *Babinet's princip* för att bestämma tjockleken av ett hårstrå.
- Studera Fresnels fläck.
- Bestäm spåravståndet på en CD-skiva eller LP-skiva.
- Studera diffraktionsmönster från tvådimensionella gitter.
- Undersök på något vis Rayleighs upplösningskriterium.
- Ta upp spektrum för Hg, He eller Na med hjälp av den digitala spektrometern.

7. Plotta olika intensitetsfördelningar (för enkelspalt, dubbelspalt och gitter) med hjälp av datorn i laborationslokalen.
8. Studera ett transmissionshologram.
9. Undersök en kinoformskiva.

Referenser

- [1] E. Hecht. *Optics*. Addison-Wesley, Reading, Massachusetts, 3:e upplagan, 1998. Gedigen men något pratig kursbok i optik. Mycket av historiken i inledningen är hämtad från denna bok (en del är också hämtat från Ditchburn).
- [2] R. W. Ditchburn. *Light*. Blackie & Son Limited, London, 2:a upplagan, 1963. Fyllig optikbok av det äldre slaget.
- [3] R. P. Feynman. *QED The strange theory of light and matter*. Penguin Books, Harmondsworth, 1990. Populärvetenskaplig men seriös bok om QED (kvantelektrodynamik), den bästa modell som finns idag för att beskriva hur ljus och materia uppför sig och växelverkar. Skriven av en av männen bakom QED.
- [4] C. Davisson och L. H. Germer. *Nature*, 119:558, 1927.
- [5] M. Arndt, O. Nairz, Julian Vos-Andreae, C. Keller, G. van der Zouw och A. Zeilinger. *Nature*, 401:680, 1999.
- [6] S. Svanberg. *Atomic and molecular spectroscopy*. Springer, Berlin, 1992. Introduktion till spektroskopi.
- [7] L. Bragg. *Scientific American*, s. 58, juli, 1968. Introduktion till röntgendiffraktion. För mer detaljer, se någon bok om fasta tillståndets fysik.
- [8] J. Bengtsson. *Diffractional optics design*. Doktorsavhandling, CTH, 1999.
- [9] H. Haken och H. C. Wolf. *Atomic and quantum physics*. Springer, New York, 2:a upplagan, 1987. Bra introduktion till kvantfysik. Här beskrivs bakgrunden till natriumdubblen mer i detalj.

Diffraction och interferens

– en introduktion

Christian Karlsson*

10 januari 2002

1 Inledning

Både diffraction och interferens bygger på superposition av vågor. Egentligen är det inte någon skillnad mellan de båda fenomenen. Av konvention görs ändå en uppdelning i diffraction och interferens. Med diffraction brukar avses böjning av en våg vid en skarp kant eller i en smal spalt. Interferens är en effekt av superposition av två eller flera vågor. Vågor kan förstärka (konstruktiv interferens) eller försvaga varandra (destruktiv interferens).

2 Fraunhofer- och Fresneldiffraction

Vid *Fraunhoferdiffraction* är både ljuskälla och skärm placerade oändligt långt borta från diffractionsobjektet. Både infallande och utgående vågor är då plana. Praktiskt kan detta åstadkommas genom att använda linser (figur 1). *Fresnel-diffraction* är det allmännare fallet när vågor ej är plana. I det som följer begränsar vi oss till Fraunhoferdiffraction.

3 Diffraction i enkelspalt

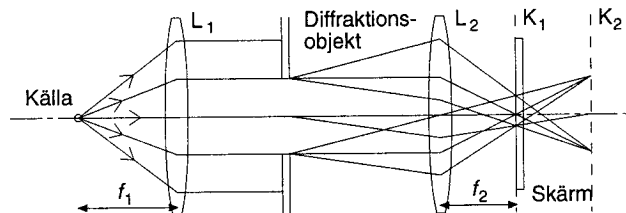
Diffraction kan studeras genom att skicka plana ljusvågor mot en smal öppning (typisk bredd 0.1 mm) och studera det diffractionsmönster som uppkommer på en skärm (figur 2). Man kan visa att intensiteten i riktningen θ kan skrivas [1, 2]

$$I(\theta) = I(0) \left(\frac{\sin(\beta/2)}{\beta/2} \right)^2, \quad (1)$$

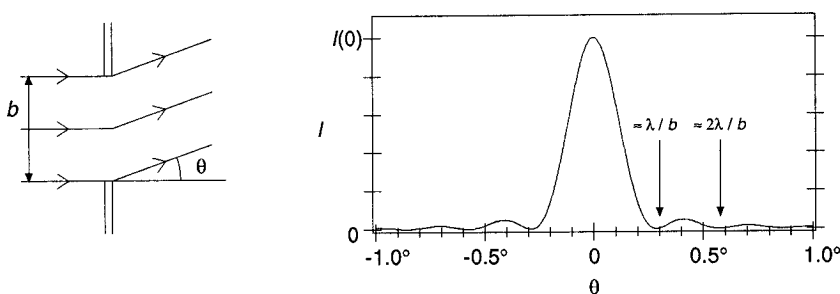
där $I(0)$ är intensiteten då $\theta = 0$ och

$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda} b \sin \theta. \quad (2)$$

*e-post: Olablaget@fy.chalmers.se



Figur 1: Fraunhoferdiffraction. Med en skärm i K1 (fokalplanet till lins L2) kommer diffraktionsmönstret att synas på skärmen. Notera att om skärmen flyttas till K2 kommer istället en bild av spaltöppningen (diffraktionsobjektet) att synas.



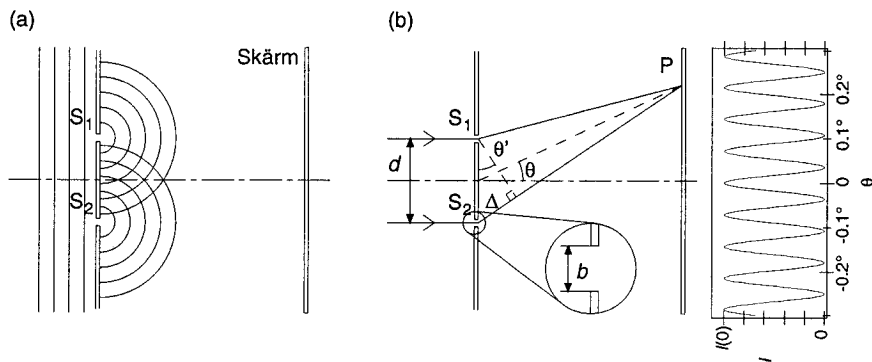
Figur 2: Enkelspalt med spaltbredd $b = 200\lambda$ och motsvarande intensitetsfördelning. Intensitetsfördelningen syns på en skärm som ljusa och mörka fransar. Om $\sin \theta \approx \theta$ (små vinklar) hamnar första minimumet i λ/b (uttryckt i radianer).

Här är λ ljusets våglängd och b spaltbredden. Intensitetsminima fås då

$$b \sin \theta = m\lambda, \quad m = \pm 1, \pm 2, \dots \quad (3)$$

4 Interferens i dubbelspalt

Interferens uppkommer genom superposition av flera *koherenta* ljusstrålar (två strålar sägs vara koherenta om fasskillnaden mellan vågorna som representerar dem är konstant). Ett sätt att studera interferens är med Youngs dubbelspaltexperiment. Betrakta dubbelspalten i figur 3. Spaltbredden b antas för enkelhets skull vara mycket mindre än spaltavståndet d . Den infallande plana vågen delas upp av spalterna S_1 och S_2 . De två uppkomna vågorna interfererar och ger upphov till interferensmönster på skärmen, som antas vara placerad så långt bort att S_1P och S_2P kan antas vara parallella (figuren är alltså långt ifrån skalenlig). Vägskillnaden mellan de båda strålarna i punkten P är $\Delta = S_2P - S_1P$.



Figur 3: Youngs dubbelspaltexperiment. I (a) är ljuset ritat som vågfronter, i (b) som strålar. Typiska värden är $d = 0.5 \text{ mm}$ och $\lambda = 589 \text{ nm}$ (natriumljus) eller 612 nm (röd HeNe-laser). Spaltbredden b antas här vara liten.

Fasskillnaden i P blir $\delta = k\Delta$, där k är beloppet av ljusets vågvektor. Från figur 3 inses att om P är långt borta (så att $\theta = \theta'$) är $\Delta = d \sin \theta$. Fasskillnaden i P kan då skrivas

$$\delta = kd \sin \theta = \frac{2\pi}{\lambda} d \sin \theta. \quad (4)$$

Intensitetsmaxima i P fås då $\delta = 0, \pm 2\pi, \pm 4\pi, \dots$ vilket också kan skrivas

$$d \sin \theta = m\lambda, \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (5)$$

Man kan allmänt visa att intensiteten i riktningen θ ges av [1, 2]

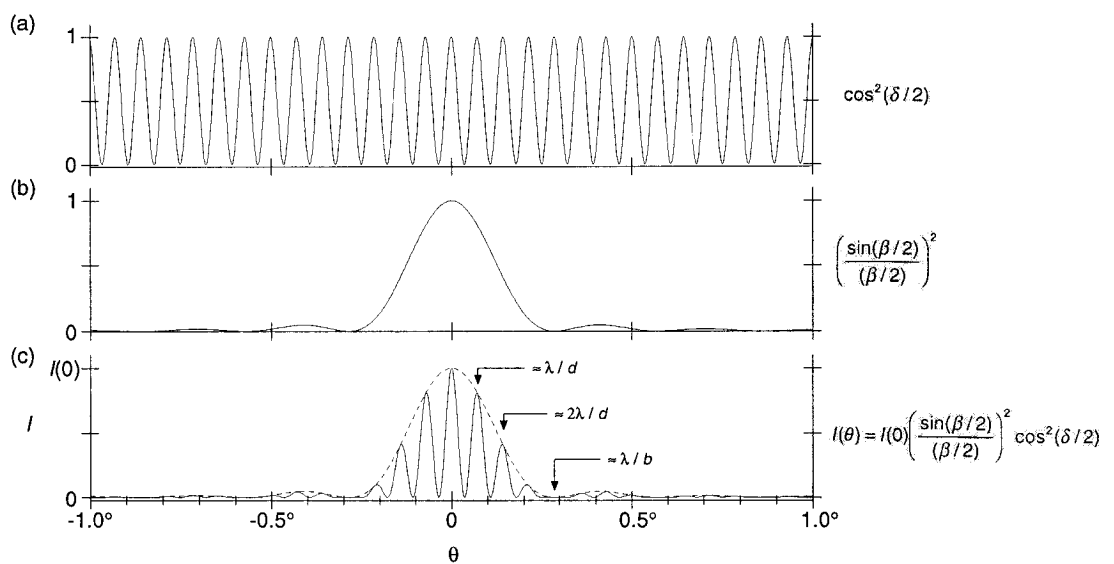
$$I(\theta) = I(0) \cos^2(\delta/2). \quad (6)$$

Intensiteten i maxima är $I(0) = 4I_0$, där I_0 är intensiteten från vardera spalt. Varje principalmaximum har alltså en intensitet som är fyra gånger intensiteten från en enda spalt (intensiteten är kvadraten på amplituden och amplituden är ju två gånger amplituden från en spalt). Man vinner emellertid ingen intensitet eftersom medelintensiteten endast blir två gånger intensiteten från en enda spalt. Det enda som sker är att superpositionen av de två ljusstrålarna ger omfördelad intensitetsfördelning.

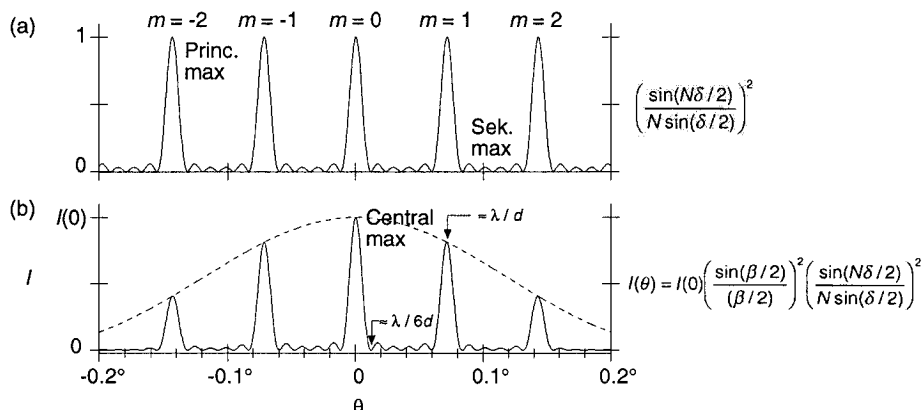
Ovanstående uttryck för intensiteten, ekvation (6), gäller *endast om spaltbredden är liten i förhållande till spaltavståndet* ($b \ll d$). Om så inte är fallet kommer diffraktionsmönstret från varje enskild öppning att modulera interferensmönstret. Intensitetsfördelningen (6) modifieras till [1]

$$I(\theta) = I(0) \left(\frac{\sin(\beta/2)}{\beta/2} \right)^2 \cos^2(\delta/2), \quad (7)$$

där β ges av ekvation (2). Detta visas i figur 4. Från ekvation (3) kan man se att då b minskar (spalterna blir smala) hamnar diffraktionsfaktorns första minimum vid stora vinklar och kan för tillräckligt smala spalter ej ses alls.



Figur 4: Dubbelspalt med $d = 800\lambda$ och $b = 200\lambda$. (a) Interferensfaktorns intensitetskurva. (b) Difraktionsfaktorns intensitetskurva. (c) Verkliga intensitetsfördelningen. Notera hur diffraktionsfaktorn modulerar interferensmönstret i c). Om $\sin \theta \approx \theta$ (små vinklar) hamnar interferensfaktorns första maximum i λ/d och diffraktionsfaktorns första minimum i λ/b (uttryckt i radianer).



Figur 5: Intensitetskurvor för ett gitter med $d = 4b = 800\lambda$ och $N = 6$.
a) Interferensfaktorn. b) Verkliga intensitetsfördelningen (notera den streckade diffraktionsenvelopen).

5 Gitter

Man kan visa att det allmänna uttrycket för intensiteten från ett gitter med N stycken belysta spalter (spaltbredd b , spaltavstånd eller *gitterkonstant* d) är [1]

$$I(\theta) = I(0) \left(\frac{\sin(\beta/2)}{\beta/2} \right)^2 \left(\frac{\sin(N\delta/2)}{N \sin(\delta/2)} \right)^2, \quad (8)$$

där $I(0) = N^2 I_0$ (I_0 är intensiteten från en spalt). Låt oss studera interferensfaktorn, det vill säga sista parantesen i (8), lite närmare. Denna har stora maxima, *principalmaxima*, då

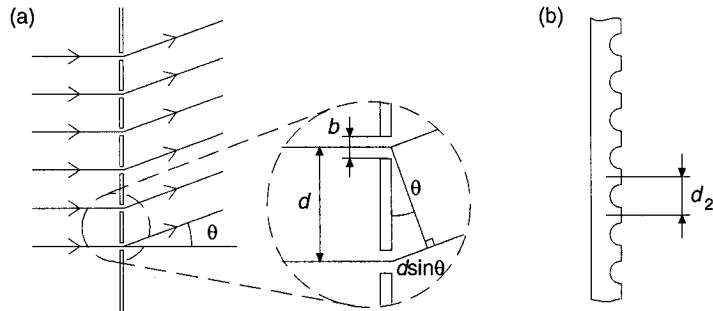
$$d \sin \theta = m\lambda, \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (9)$$

Heltalet m betecknar *ordningen* för ett principalmaximum. Interferensfaktorn har vidare minima då

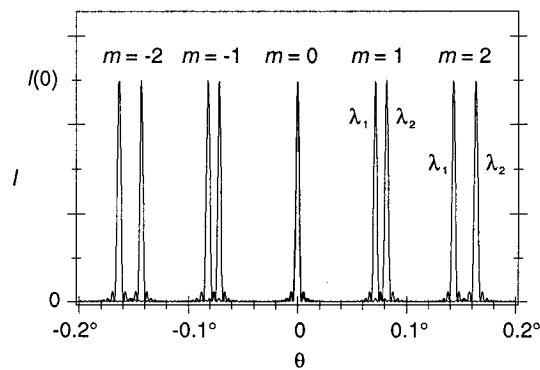
$$d \sin \theta = \frac{n}{N} \lambda, \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm(N-1), \pm(N+1), \dots \quad (10)$$

Mellan varje principalmaximum finns det alltså $N - 1$ minima och följaktligen $N - 2$ sekundärmaxima (figur 5).

Notera att spektrometergittret (märkt "600 lines/mm") som används i laborationen ej har 600 öppningar/mm. Istället är det en transparent plastplatta med 600 parallella spår, eller ritsar, per mm på ena ytan. Detta är ett exempel på ett *fasgitter* (figur 6(b)). De gitter med spalter eller öppningar som vi hittills behandlat kallas *amplitudgitter*. Ekvation (9) gäller oförändrad för fasgitter. Det exakta uttrycket för intensitetsfördelningen för ett fasgitter beror dock på ritsarnas form.



Figur 6: Tvärsnitt av (a) amplitudgitter och (b) faskgitter. Ett typiskt värde på d_2 är $1 \mu\text{m}$.



Figur 7: Separation av ljus bestående av två våglängder, $\lambda_1 = d/800$ och $\lambda_2 = d/700$, i ett gitter med $N = 20$. Här antas $b \ll d$.

Gitter kan även delas in i *transmissions-* och *reflektionsgitter*. I ett transmissionsgitter passerar ljuset genom gittret, som i figur 6(a), i ett reflektionsgitter reflekteras istället ljuset mot ritsarna. Om ytan på faskittret i figur 6(b) beläggs med ett reflekterande aluminiumskikt fås ett reflektionsgitter. I laborationen används endast transmissionsgitter. Reflektionsgitter är dock vanligare i riktiga gitterspektrometrar.

Om ett gitter belyses med ljus som innehåller två våglängdskomponenter kommer dessa att separeras efter genomgången av gittret (figur 7). Detta framgår av ekvation (9). Separationen ökar med ökande ordning m .

6 Övningar

1. Plotta intensitetsfördelningen (8) och variera parametrarna N , b , d och λ .
2. Visa att ekvation (7) är ett specialfall av (8) (sätt $N = 2$).
3. Visa att intensiteten från två koherenta punktkällor ges av ekvation (6).

4. Visa att intensiteten från N stycken koherenta punktkällor (till exempel N smala spaltöppningar som belyses av plana vågor) kan skrivas

$$I(\theta) = N^2 I_0 \left(\frac{\sin(N\delta/2)}{N \sin(\delta/2)} \right)^2 \quad (11)$$

5. Använd Huygens princip och ekvation (11) för att härleda ekvation (1).
6. Visa villkoren för minima och maxima, ekvation (3), (5), (9) och (10), utgående från respektive intensitetsfördelning.
7. Vad händer med intensitetsfördelningen från ett gitter om detta står något snett, det vill säga om infallande strålar bildar en vinkel θ_{in} med normalen till gittret (i figur 6 är $\theta_{\text{in}} = 0$)?
8. Ge en kvalitativ förklaring (till exempel med hjälp av visardiagram) till hur sekundärmaxima uppkommer i mönstret från ett gitter. Betrakta för enkelhets skull fallen $N = 3$ och $N = 4$.

Referenser

- [1] E. Hecht. *Optics*. Addison-Wesley, Reading, Massachusetts, 3:e upplagan, 1998.
- [2] R. P. Feynman, R. B. Leighton och M. Sands. *Lectures on Physics*. Addison-Wesley, Reading, Massachusetts, 1977.