

# Föreläsningar om Underhållsplanering för ökad tillförlitlighet

FCC Report 316-090925-323

Jacques de Maré och Sara Lorén

September 2009



**Fraunhofer**  
**CHALMERS**  
Research Centre



# FCC Report

No 316-090925-323

Jacques de Maré och Sara Lorén,

Föreläsningar om  
Underhållsplanering för  
ökad tillförlitlighet

© Fraunhofer-Chalmers Research Centre for Industrial Mathematics 2009

FCC Report *316-090925-323*

All rights reserved. No part of this publication may be reproduced or transmitted in any form or by any means, electronic or mechanical, including photocopying, recording, or any information storage and retrieval system, without permission in writing from FCC.

FCC  
Chalmers Science Park  
SE-412 88 Göteborg  
Sweden

Telephone: +46 (0)31 7724000  
Telefax: +46 (0)31 7724260  
E-mail: [info@fcc.chalmers.se](mailto:info@fcc.chalmers.se)  
Internet: [www.fcc.chalmers.se](http://www.fcc.chalmers.se)

## Förord

Vi presenterar ett underlag till en kortkurs om förebyggande underhåll och statistik. Kursen baseras på Rausand & Höyland: "System Reliability Theory- Models, Statistical Methods, and Applications" 2:dra upplagen, Wiley 2004 och på Johan Svenssons doktorsavhandling: "Survival Estimation for opportunistic Maintenance" från Chalmers 2007. (<http://www.math.chalmers.se/Stat/Research/Preprints/Doctoral/2007/4.pdf>).

Kursen är inspirerad av de diskussioner som har förekommit inom det Matematiska Modelleringscentret i Göteborg (GMMC).

Göteborg den 11 september 2009

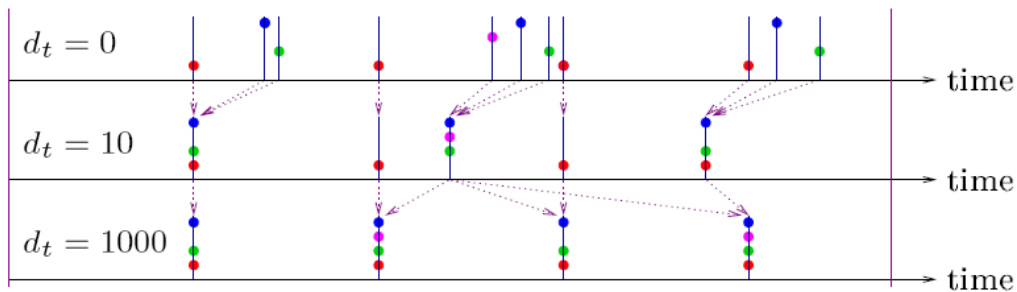
Jacques de Maré  
Sara Lorén

# 1 Introduktion

Det finns många aspekter på underhåll. Man kan diskutera underhåll ur ett ledningsperspektiv, ur ett konstruktionsperspektiv, ur ett livscykelperspektiv, ur ett logistiskt perspektiv eller ur ett tillförlitlighetsperspektiv. I vår framställning här kommer vi att utgå från tillförlitligheten.

Vår ingång till underhållsproblematiken är ett projekt som vi drev med Volvo Aero under flera år. Det gällde att effektivisera underhållet på jetmotorer. På jetmotorer finns det komponenter som är avgörande för flygplanets säkerhet och som alltså inte kan tillåtas att haverera. För dessa komponenter fastställs en tillåten driftstid som är så kort att risken för haveri blir försumbar. Man kallar deras livslängd som alltså är den tillåtna driftstiden för *deterministisk*. Därutöver finns det ett antal komponenter som om de havererar under drift inte leder till fara för flygplanet utan endast till sämre prestanda eller komfort. Dessa komponenter kallas *stokastiska*.

Man skulle kunna tänka sig att det är en enkel uppgift att planera underhållet för deterministiska komponenter men eftersom de är många och sitter på olika djup i motorn så blir det snart ett komplicerat kombinatoriskt problem att bestämma vilka komponenter som man skall passa på att byta ut vid ett givet underhållstillfälle. Den enklaste strategin är att byta ut komponenterna allt eftersom de uppnår den föreskrivna livslängden. På så sätt går det åt ett minimalt antal komponenter. Men är det en stor kostnad att överhuvudtaget göra underhåll så kan det löna sig att byta några komponenter i förtid när någon annan har framtingat ett underhållstillfälle. Detta kallas för opportunistiskt underhåll. Beroende på hur kostnaderna för komponenterna förhåller sig till varandra och till kostnaden att överhuvudtaget göra underhåll så kommer strategin att variera från att byta en komponent i sänder till att alltid byta alla komponenter på en gång. I situationen när det är optimalt att byta några men inte alla vid ett underhållstillfälle så blir det lätt många olika tänkbara utbytesscheman att jämföra (Figur 1).



**Figur 1:** Optimalt utbytesschema för tre fall.

Helt annorlunda blir situationen när man studerar stokastiska komponenter. Då vet man inte alls när de kan tänkas gå sönder. Skall man över huvud taget byta sådana komponenter i förväg? Det är denna fråga vi skall ägna oss åt under de här två dagarna. Vi kommer att börja

med att införa statistiska begrepp som är av betydelse för att beskriva underhållsproblematiken och imorgon studera ett lite större tillämpningsexempel.

## 2 Förebyggande underhåll: Ålderbaserat

En stokastisk komponent skall endast bytas ut i förtid om det är billigare att göra ett planerat byte än ett byte när komponenten havererat. Men när skall detta byte i så fall utföras? En del komponenter kan ha en felbenägenhet som är ganska stor när de är nya men som avtar när de har blivit inkörda och kan vara ganska låg och konstant under en lång period för att sedan, när de börjar bli utslitna, åter växa. Det gäller då att inte byta dem för tidigt. I tillförlitlighetens historia finns det exempel på att man i tron att man ökar tillförlitligheten redan bytt komponenter när deras felbenägenhet fortfarande är avtagande och de alltså är bättre än nya. För att kunna göra en rationell underhållsplanering måste man ha grepp om felbenägenheten, (Rausand & Højland, 2004).

**Exempel 1:** Vi har observerat livslängderna hos tio identiska komponenter och erhållit följande data (i flygtimmar): 6, 11, 22, 48, 90, 120, 163, 183, 198 och 219. Hur ser felbenägenheten  $z(t)$  ut? Vi uppskattar den med  $z^*(t)$ :

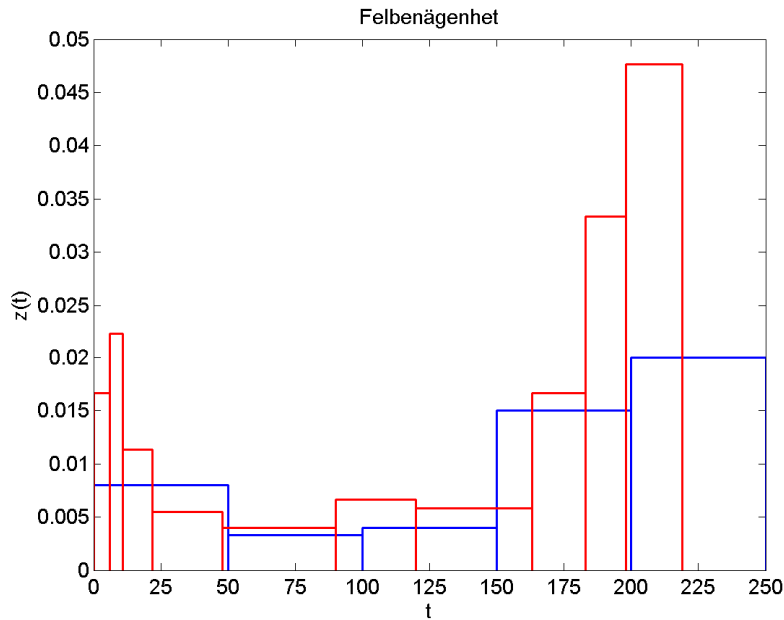
$$\begin{aligned} z^*(t) = & \quad 4/500h = .008/h; \quad 0 < t < 50h \\ & \quad 1/300h = .003/h; \quad 50h < t < 100h \\ & \quad 1/250h = .004/h; \quad 100h < t < 150h \\ & \quad 3/200h = .015/h; \quad 150h < t < 200h \\ & \quad 1/50h = .020/h; \quad 200h < t < 250h \end{aligned}$$

se Figur 2 (blå linje).

Man kan tycka att denna skattning är lite godtycklig eftersom den beror på vilken intervallindelning vi väljer att göra. Alternativt kan man använda  $z^{**}(t)$ :

$$\begin{aligned} z^{**}(t) = & \quad 1/60h = .017/h; \quad 0 < t \leq 6h \\ & \quad 1/45h = .022/h; \quad 6h < t \leq 11h \\ & \quad 1/88h = .011/h; \quad 11h < t \leq 22h \\ & \quad 1/182h = .005/h; \quad 22h < t \leq 48h \\ & \quad 1/252h = .004/h; \quad 48h < t \leq 90h \\ & \quad 1/150h = .007/h; \quad 90h < t \leq 120h \\ & \quad 1/172h = .006/h; \quad 120h < t \leq 163h \\ & \quad 1/60h = .017/h; \quad 163h < t \leq 183h \\ & \quad 1/30h = .033/h; \quad 183h < t \leq 198h \\ & \quad 1/21h = .048/h; \quad 198h < t \leq 219h \end{aligned}$$

se Figur 2 (röd linje).



**Figur 2:** Uppskattad felbenägenheten för olika intervallindelningar.

Denna felbenägenhet tycks först vara avtagande och sedan växande. När skall man då göra utbytet? För att kunna svara på denna fråga behöver vi ha en idé om vad som styr när vi skall göra underhåll. Ett tänkbart mått är driftskostnad per tidsenhet. Då skall vi räkna ut den totala underhållskostnaden och dividera med livslängden och sedan välja det underhåll som ger lägst driftskostnad per tidenhet. Vi förutsätter att vi har en fast kostnad utbyteskostnad  $c$  och en extra kostnad  $k$  som tillkommer vid utbyte efter haveri. Då skall vi helst byta komponenten strax innan den havererar. Ju senare vi byter ut komponenten ju mer driftstid vinner vi men å andra sidan ökar risken för haveri. Vi får följande kostnad per tidsenhet vid planerat utbyte vid tiden  $t$  för en komponent med livslängden  $T$ :

$$\frac{[c + k 1\{T < t\}]}{\min(t, T)} = \begin{cases} \frac{c}{t}, & T \geq t \\ \frac{c + k}{T}, & T < t \end{cases}$$

Täljaren anger hur mycket varje reparationstillfälle kostar medan nämnaren ger hur långt det är till nästa reparation. Eftersom livslängden  $T$  är okänd i förväg, väljer vi att göra utbytet så att kvoten blir så liten som möjligt i medeltal. Låt fördelningsfunktionen  $F^*(t)$  beteckna andelen komponenter i populationen som har livslängden högst  $t$ , se Figur 3. Då blir medelkostnaden per reparationstillfälle  $[c + kF^*(t)]$  och medelavståndet mellan reparationstillfällen  $MTBR(t) = \int_0^t [1 - F^*(u)] du$ . Därav följer att medelkostnad per tidsenhet  $C^*(t)$  blir

$$C^*(t) = [c + kF^*(t)] / \int_0^t [1 - F^*(u)] du.$$



Sätt  $v=F^*(t)$ . Då får vi

$$C^*(t) = [c + kv] / \int_0^{F^{*-1}(v)} [1 - F^*(u)] du.$$

Beteckna kvoten mellan MTBR(t) och MTTF =  $\int_0^\infty [1 - F^*(u)] du$  med  $\varphi^*(v)$ . MTTF står för medeltid till fel. Kvoten  $\varphi^*(v)$  kallas den normerade TTT-transformen och ligger mellan noll och ett. TTT är en förkortning för total testtid. Kvoten anger hur stor andel av den totala livstiden som utnyttjas om man byter ut fungerande komponenter vid den tidpunkt som motsvarar att andelen  $v$  av populationen har havererat.

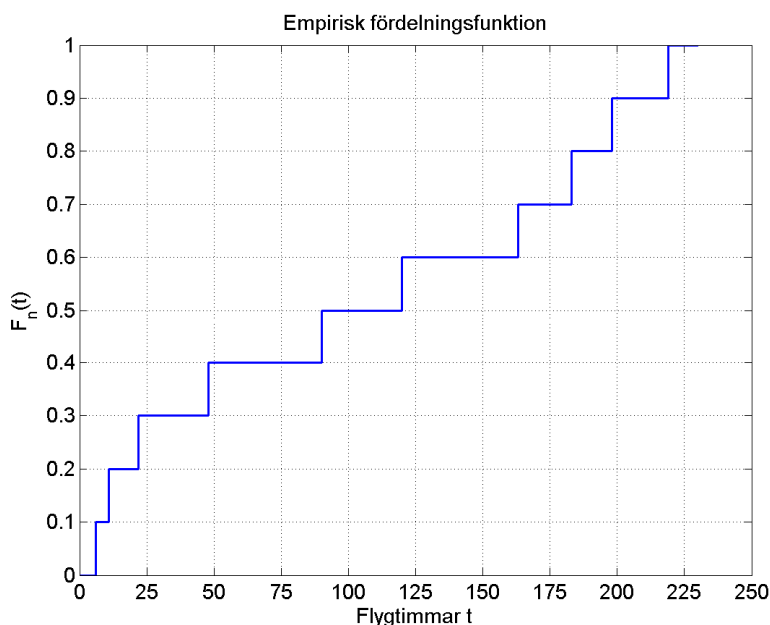
Vi har alltså att

$$\varphi^*(v) = \int_0^{F^{*-1}(v)} [1 - F^*(u)] du / \int_0^\infty [1 - F^*(u)] du$$

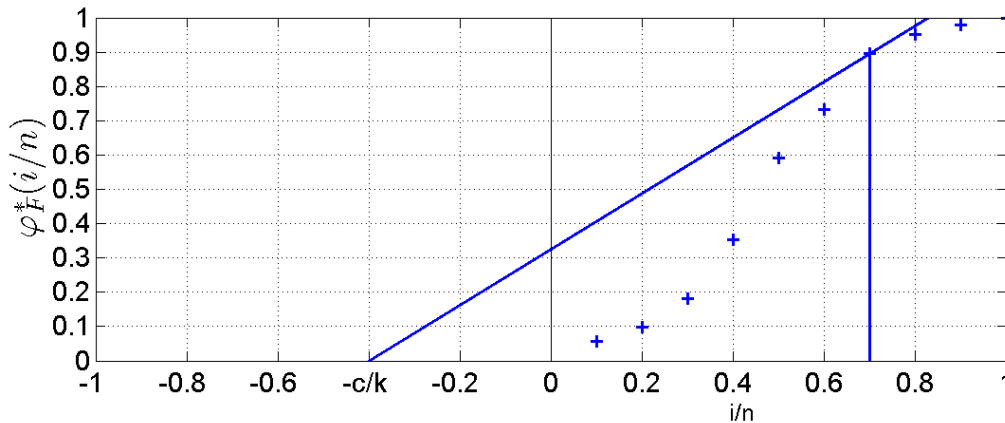
och

$$C^*(t) = \frac{[c+kv]}{MTBR} = \frac{[c+kv]}{\varphi^*(v)} = \frac{k[c/k+v]}{\varphi^*(v)}.$$

Att minimera  $C^*(t)$  är samma sak som att maximera kvoten  $\frac{\varphi^*(v)}{[v+\frac{c}{k}]}$ , se Figur 4.



**Figur 3:** Empirisk fördelningsfunktion för Exempel 1.



**Figur 4:** Optimal utbytestid när  $c/k=0.4$  för Exempel 1.

Vi kan alltså finna den optimala utbytestiden från TTT-transformens graf, TTT-plotten. Vi har tidigare nämnt att det är felbenägenheten som bestämmer huruvida man skall göra ett planerat utbyte, eller ej. Man frågar sig då hur TTT-transformen hänger ihop med felbenägenheten. För att reda ut detta måste vi införa några formella definitioner. Vi har observerat att felbenägenheten är kvoten mellan felfrekvensen i ett intervall och antalet fungerande enheter. Vi skriver

$$z(t) = \frac{F'(t)}{[1-F(t)]} = \frac{f(t)}{[1-F(t)]}; t > 0.$$

Vi tänker oss här att fördelningsfunktionen  $F(t)$  är andelen enheter med en livslängd som inte överstiger  $t$  i en oändlig population. (Tidigare använde vi \* för beteckna att vi arbetade med uppskattade storheter). Vi ser att

$$\varphi'(v) \cdot \text{MTTF} = 1/z(t); t > 0.$$

Detta innebär att TTT-transformen är konkav (avtagande derivata) där felbenägenheten är växande och konvex där felbenägenheten är avtagande.

Vi ser också att om vi integrerar felbenägenheten så får vi logaritmen av funktionssannolikheten med negativt tecken vilket innebär att

$$F(t) = 1 - \exp \left[ - \int_0^t z(u) du \right].$$

**Exempel 2.** En mycket använd modell för livslängder är Weibullfördelningen som har fördelningsfunktionen

$$F(t) = 1 - \exp[-(\lambda t)^\alpha]; t > 0, (\lambda > 0, \alpha > 0),$$

och felbenägenheten

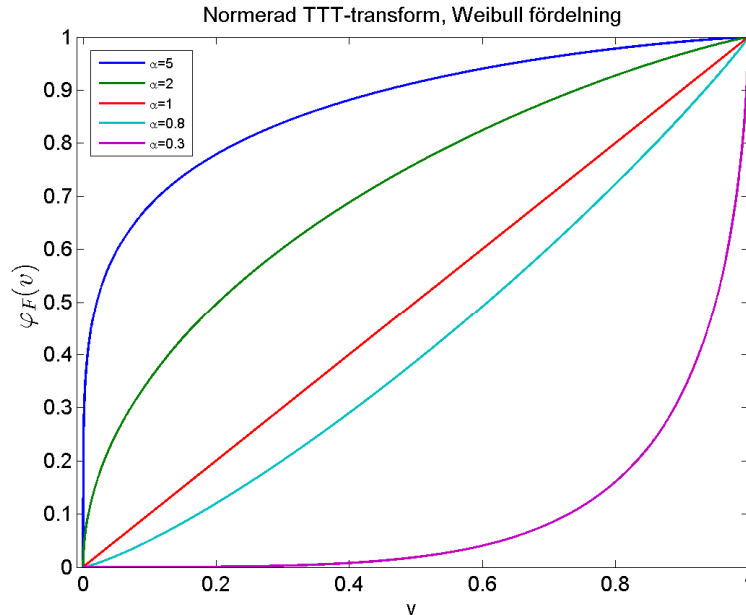
$$z(t) = \lambda^\alpha \alpha t^{\alpha-1}; t > 0, (\lambda > 0, \alpha > 0).$$

Vi ser att felbenägenheten är växande när formparametern  $\alpha > 1$  och avtagande när  $\alpha < 1$ . När formparametern är ett så är felbenägenheten konstant och komponenten åldras ej. För  $\alpha = 1$  blir TTT-transformen

$$\varphi(v) = \int_0^{F^{-1}(v)} [1 - F(u)] du / \int_0^\infty [1 - F(u)] du = \int_0^{F^{-1}(v)} \lambda \exp(-\lambda u) du = v.$$

För en allmän Weibullfördelning får vi (se Figur 5)

$$\varphi(v) = \int_0^{-\ln(1-v)} u^{\frac{1}{\alpha}-1} e^{-u} du / \Gamma(\frac{1}{\alpha}).$$



**Figur 5:** Normerad TTT-transform för Weibullfördelningen för olika värden på  $\alpha$ .

### 3 Förebyggande underhåll: Tillståndsbaserat

I förra avsnittet så baserade sig underhållet endast på att vi kände till populationens egenskaper men vi hade inte någon direkt information om den aktuella enheten. I många situationer har man övervakning och haverier kommer inte som en blixtpåklarhimmel. Lager både låter, vibrerar och upphettas innan de slutligen havererar så man har goda möjligheter att genomföra ett förebyggande underhåll.

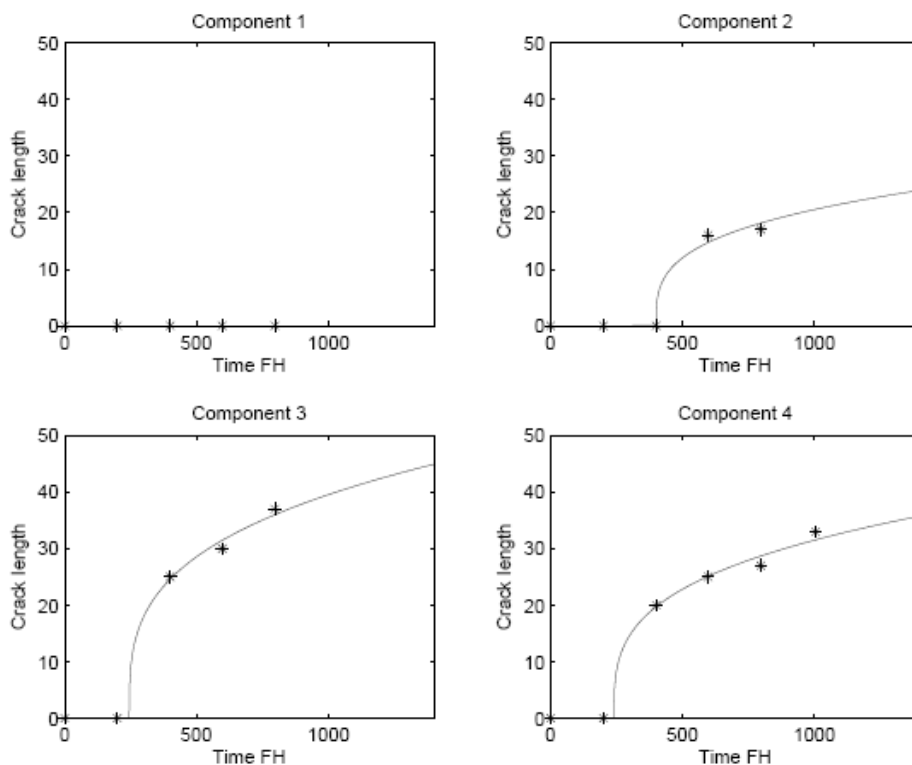
Innan ett utmattningsbrott sker förekommer spricktillväxt så inspektioner kan avgöra när enheten måste tas ur tjänst för att inte haverera. Även korrosion tillväxer successivt.

#### 3.1 En probabilistisk modell för utmattningstid utan hänsyn till skattningssäkerhet.

Vi studerar ett turbinmunstycke som är utsatt för sprickbildning, (Svensson, 2007). Vi börjar med att modellera spricktillväxten (se Figur 6)

$$a(t) = \begin{cases} 0, & t < S \\ C(t - S)^b, & t \geq S \end{cases}$$

Figur 6 är skattad från data i Tabell 1.



Figur 6: Observerad spricktillväxt på fyra komponenter.

**Tabell 1:** Längden i mm av den största sprickan i 4 komponenter observerade vid 200, 400,600,800 och 1000 FH (flyg timmar).

Komponent	0FH	200FH	400FH	600FH	800FH	1000FH
Nr 1	0	0	0	0	0	-
Nr 2	0	0	0	16	17	-
Nr 3	0	0	25	30	37	-
Nr 4	0	0	20	25	27	33

I spricktillväxtmodellen antas  $C$  och  $S$  vara oberoende och logaritmiskt normalfördelade stokastiska variabler. Den stokastiska variabeln  $S$  betecknar tiden till när sprickan börjar växa och  $C$  är proportionell mot tillväxthastigheten. Olika munstycken antas ha oberoende utfall av de stokastiska variablerna  $C$  och  $S$ . Däremot antas konstanten  $b$  vara gemensam för alla komponenter. I denna modell måste vi uppskatta förutom  $b$ , väntevärden och varianser i de båda logaritmiska normalfördelningarna. Sprickan tillåts att växa tills den blir 30 mm. Därefter måste munstycket bytas.

Inspektion av munstycken sker med ett intervall på 200 flygtimmar och då avgörs om de skall bytas eller ej. Man mäter spricklängden och vi får följande mätmodell:

$$X(t) = \begin{cases} 0, & t < S \\ \max [0; a(t) + e], & t \geq S \end{cases}$$

Här betecknar  $e$  ett slumpmässigt mätfel som antas vara normalfördelat med väntevärde noll och standardavvikelse 1 mm.

När de fem tidigare omnämnda okända parametrarna har uppskattats med hjälp av observationer på spricklängden på munstycken, som varit i drift, kan fördelningen för tiden  $T$  till dess att sprickan har nått 30 mm för en ny enhet beräknas och optimal utbytestidpunkt bestämmas med hjälp av TTT-plotten.

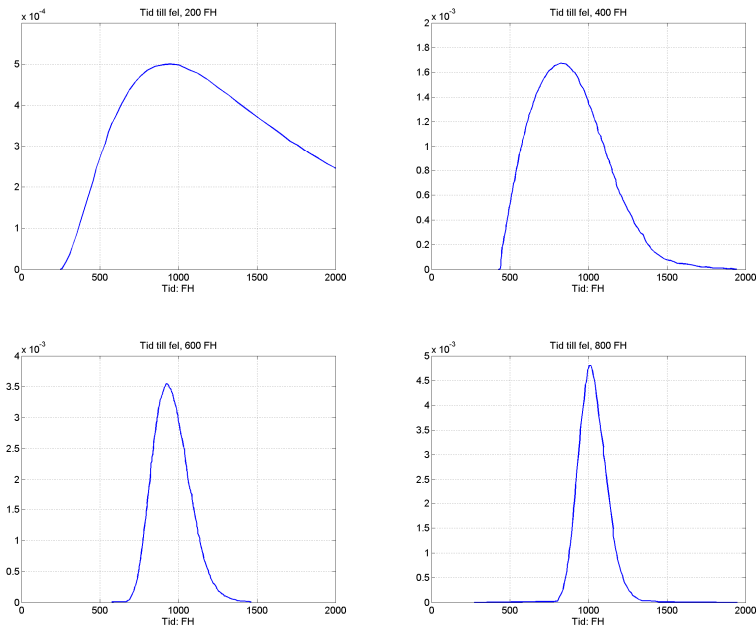
Allteftersom enheten inspekteras erhålles nya mätvärden på munstyckets spricklängd. Hur påverkar det vår uppfattning om komponentens återstående livslängd? Detta stöter inte på några principiella problem. Vi beräknar helt enkelt den betingade fördelningen för  $T$  givet vår observationsvektor  $x$ :

$$P(T \leq t | X = x) = \int_0^t f_{(T|X)}(u|x) du$$

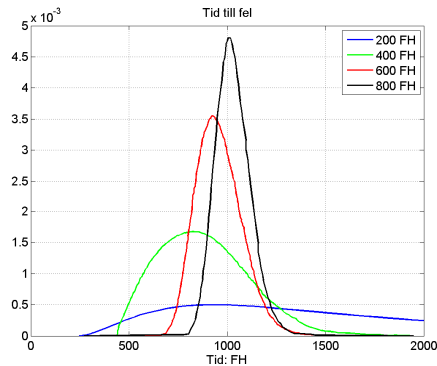
Denna kan i sin tur uttryckas med hjälp av de obetingade fördelningarnas frekvensfunktioner enligt

$$f_{(T|X)}(t|x) = f_T(t)/f_X(x)$$

se Figur 7 och Figur 8.

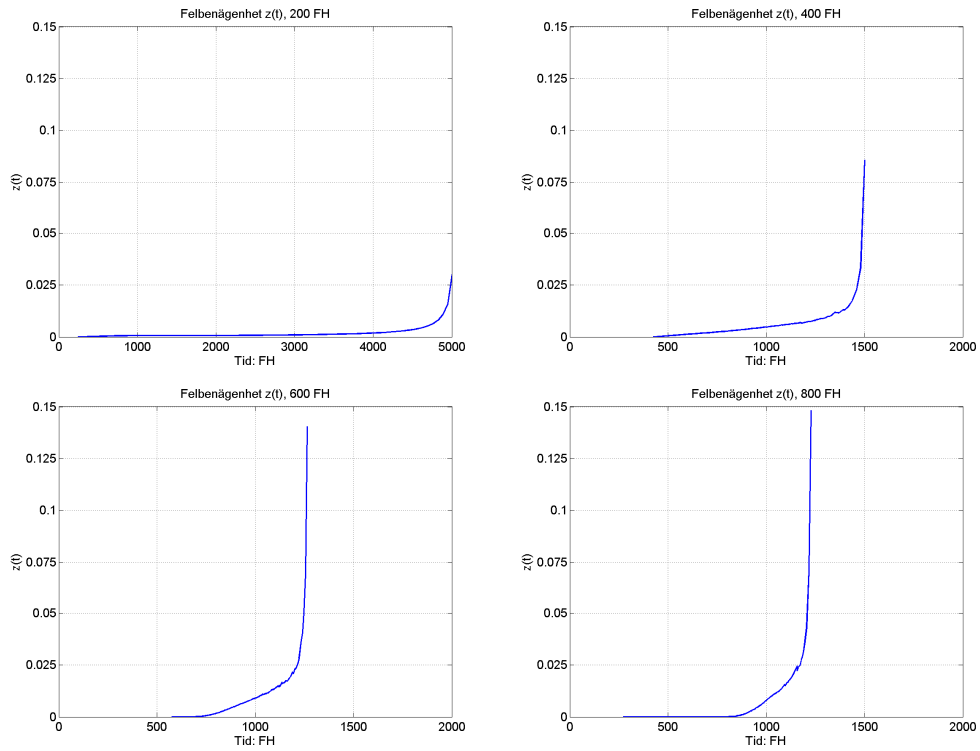


**Figur 7:** Frekvensfunktionen för T tills sprickan nått 30 mm uppdaterad vid 200, 400, 600 och 800 flygtimmar (komponent 4).

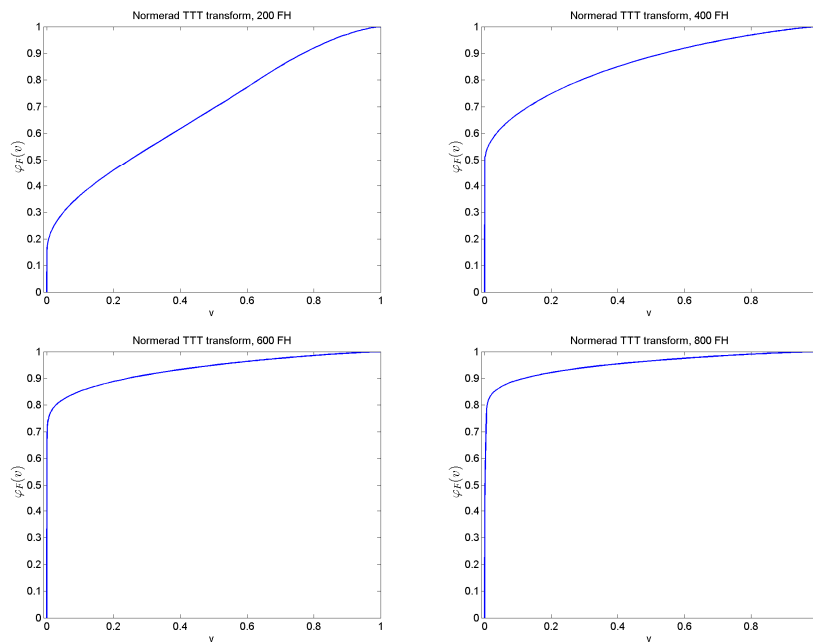


**Figur 8:** Frekvensfunktionen för T tills sprickan nått 30 mm uppdaterad vid 200, 400, 600 och 800 flygtimmar plottade i samma diagram.

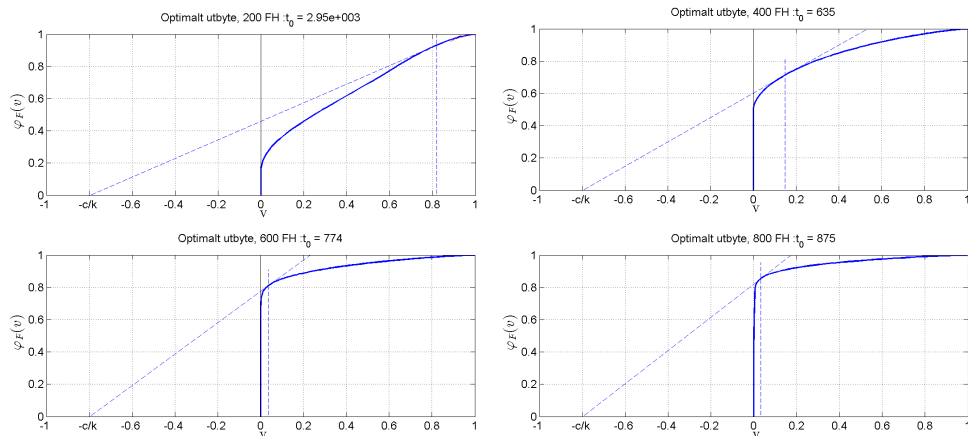
Med hjälp av dessa frekvensfunktioner kan vi nu beräkna felbenägenheten, se Figur 9. Även TTT-transformen kan beräknas (se Figur 10) och därigenom kan en optimal utbytestidpunkt bestämmas, se Figur 10. I Tabell 2 finns den optimala utbytestidpunkten för två olika värden på  $c/k$  angiven. Även utbytestid i jämnt 200h intervall är angivet med kostnadsökningen i procent.



**Figur 9:** Felbenägenhet  $z(t)$ , utan hänsyn till skattningsosäkerheter.



**Figur 10:** Normerad TTT-plot, utan hänsyn till skattningsosäkerheter.



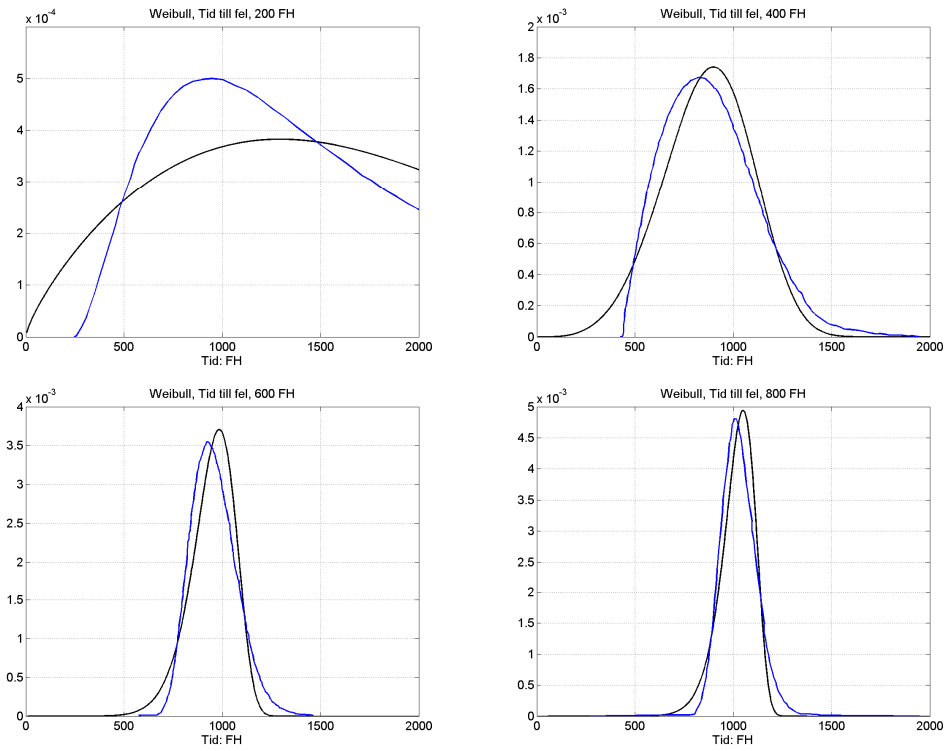
**Figur 11:** Optimal utbytestidpunkt när  $c/k=0.8$ , utan hänsyn till skattningsosäkerheter.

**Tabell 2:** Optimal utbytestidpunkt för olika  $c/k$  värden. Även utbytestid i jämna 200h med kostnadsökningen i procent.

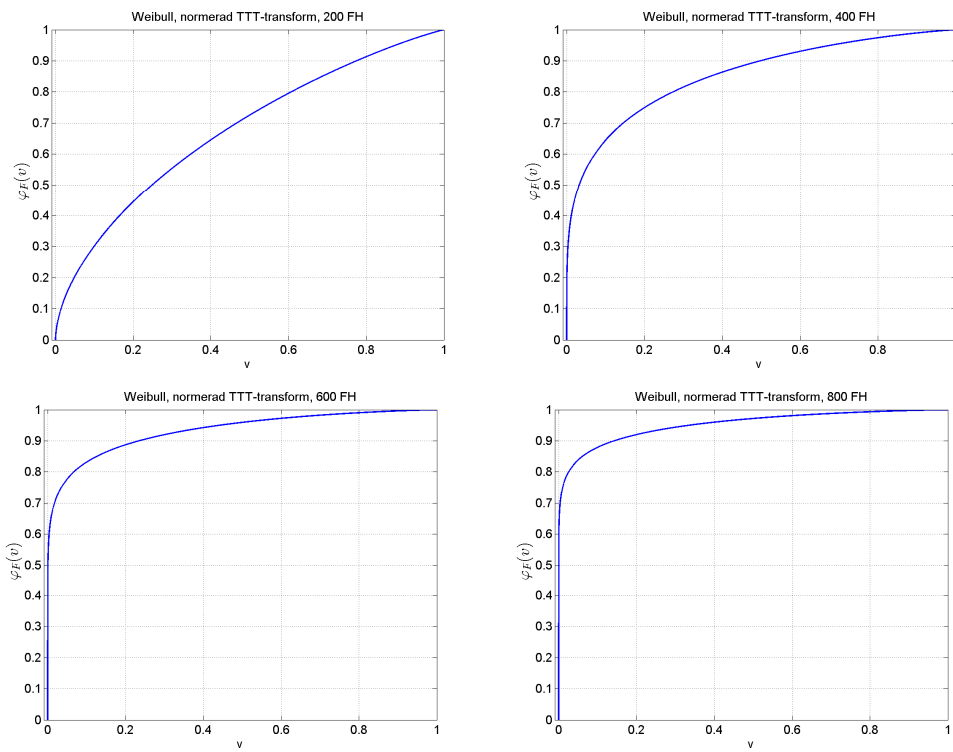
Flygtimmar	$c/k = 0.8$		$c/k = 0.4$	
	$t_0$	$t_0$ , jämnt 200h, kostnadsökning i %	$t_0$	$t_0$ , jämnt 200h, kostnadsökning i %
200	2900	-	2200	-
400	640	600, (0.4%)	540	600, (2.6%)
600	770	800, (0.8%)	750	800, (5.8%)
800	880	800, (5.5%)	860	800, (3.5%)

För att få en uppfattning om hur flexibel Weibullfördelningen är som livslängsmodell kan det vara intressant att se om de här beräknade frekvensfunktionerna kan approximeras av Weibullfördelningens frekvensfunktioner (se Figur 12) och om Weibullfördelningens TTT-plottar ger upphov till ungefär samma utbytesintervall. Se Figur 13 och Figur 14 och Tabell 4. I Tabell 3 finns de skattade Weibullparametrarna och väntevärde och varians angivna.

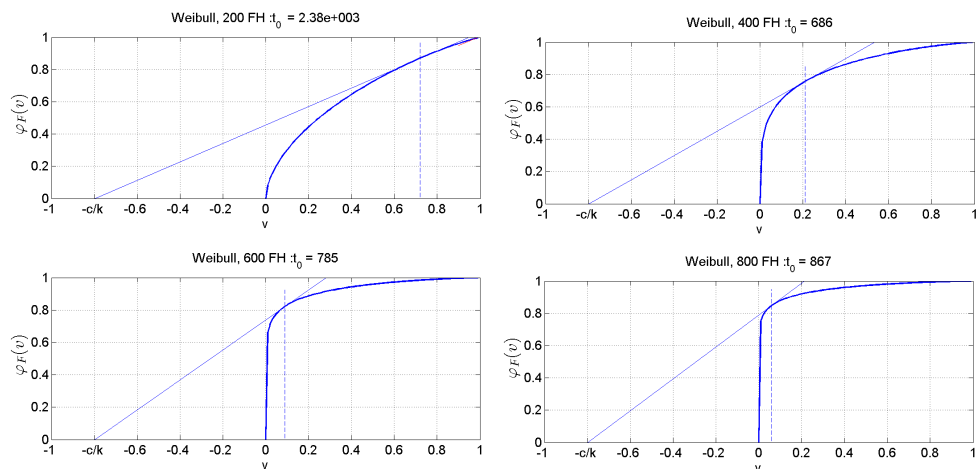




**Figur 12:** Approximerande Weibullfördelning (svart) för T.



**Figur 13:** Normerad TTT-transform under Weibullapproximationen.



**Figur 14:** Optimal utbytestidpunkt med Weibullapproximation.

**Tabell 3:** Weibullparametrar, väntevärde och varians.

flygtimmar	$\alpha$	$\lambda$	$E[T]$	std[T]
200	1.8	0.00048	1900	1100
400	4.4	0.00105	870	220
600	10	0.00101	940	110
800	14	0.00095	1000	90

**Tabell 4:** Optimal utbytestid.

flygtimmar	$c/k = 0.8$		$c/k = 0.4$	
	F(t)	Weibull	F(T)	Weibull
200	2900	2400	2200	1500
400	640	690	540	580
600	770	790	750	720
800	880	870	860	820

### 3.2 En probabilistisk modell för utmattningslivslängd med hänsyn till skattningsosäkerhet.

I föregående avsnitt bortsågs från det faktum att vi hade skattat de okända parametrarna från data på tidigare enheter och inte kände deras faktiska värden. I själva verket är vi lite mer osäkra på den återstående livslängden än vad våra betingade fördelningar ger uttryck för. Hur påverkas det optimala utbytesintervallet av den ökade osäkerhet?

I den statistiska slutledningsteorin baseras inferensen på trolighetsfunktioner (likelihoodfunktioner) som är frekvensfunktionen för observationsvektorn som funktion av värdet  $\theta$  på den okända parametervektorn. Trolighetsskattningen (ML-skattningen) är det parametervärde som maximerar trolighetsfunktionen, (Pawitan, 2001). I vårt fall är vi inte primärt intresserade av parametervärdena utan utav den återstående livslängden  $T$ . För varje tänkbart utfall  $t$  av  $T$ , väljer vi det parametervärde  $\theta$  som gör detta utfall så troligt som möjligt, dvs vi skriver

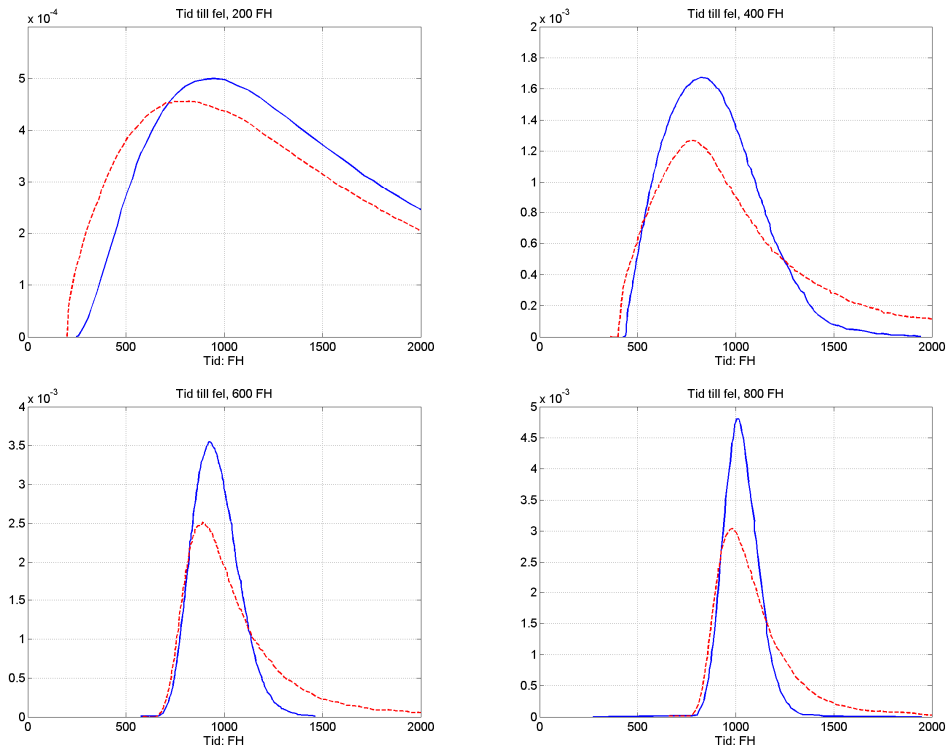
$$L_{(T|X)}(t|x) = \max_{\theta} f_{(T|X)}(t, \theta|x) f_Y(y, \theta).$$

Denna funktion, där parametervektorn har eliminerats genom maximering kallas för en prediktiv profiltrolighetsfunktion (profillikelihood) för den återstående livslängden  $T$ .

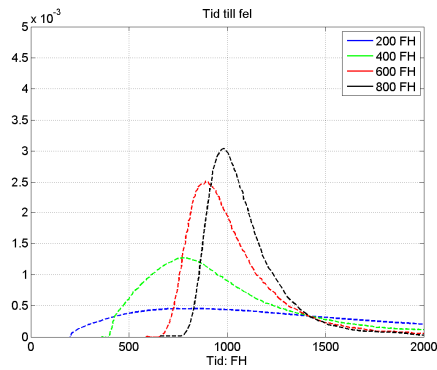
Här är  $y$  en observationsvektor som består av de uppmätta spricklängderna på andra enheter än den aktuella. Vi får nu den betingade frekvensfunktionen för den återstående livslängden  $T$  givet observationsvektorn på spricklängderna  $x$  med hänsyn tagen till skattningsosäkerheten genom att normera  $L_{(T|X)}(t|x)$ :

$$\tilde{L}_{(T|X)}(t|x) = L_{(T|X)}(t|x) / \int_0^{\infty} L_{(T|X)}(u|x) du.$$

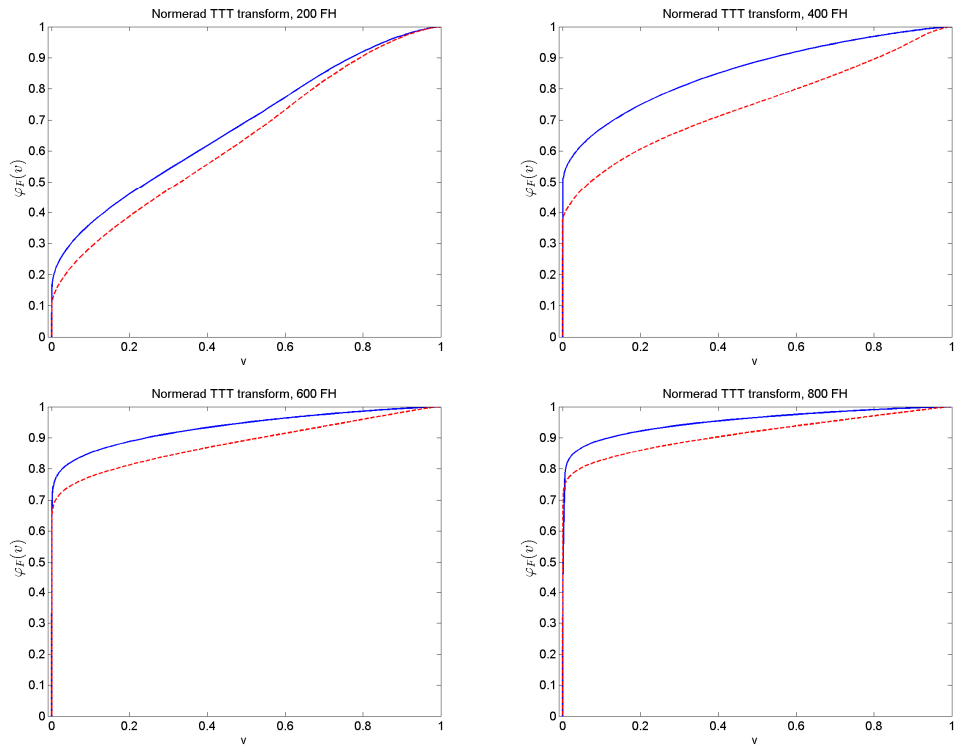
Med hjälp av denna frekvensfunktion, (se Figur 15 och Figur 16) kan vi nu beräkna en TTT-transform (se Figur 17) och därigenom bestämma en optimal utbytestidpunkt. Skall man byta tidigare eller senare när osäkerheten ökar, se Figur 18 och Tabell 5.



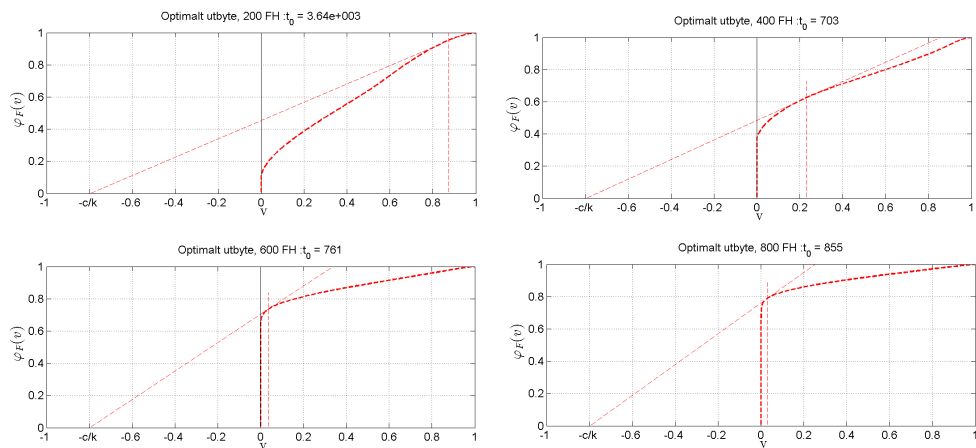
**Figur 15:** Frekvensfunktionen för T tills spricka nått 30 mm uppdaterad vid 200, 400, 600 och 800 flygtimmar, med hänsyn till skattningsosäkerheter (röd linje). Blå linje samma som Figur 7.



**Figur 16:** Frekvensfunktionen för T tills spricka nått 30 mm uppdaterad vid 200, 400, 600 och 800 flygtimmar, med hänsyn till skattningsosäkerheter.



**Figur 17:** Normerad TTT-plot, med hänsyn till skattningsosäkerheter (röd streckad linje). Blå linje se Figur 10.



**Figur 18:** Optimal utbytestidpunkt när  $c/k=0.8$ .

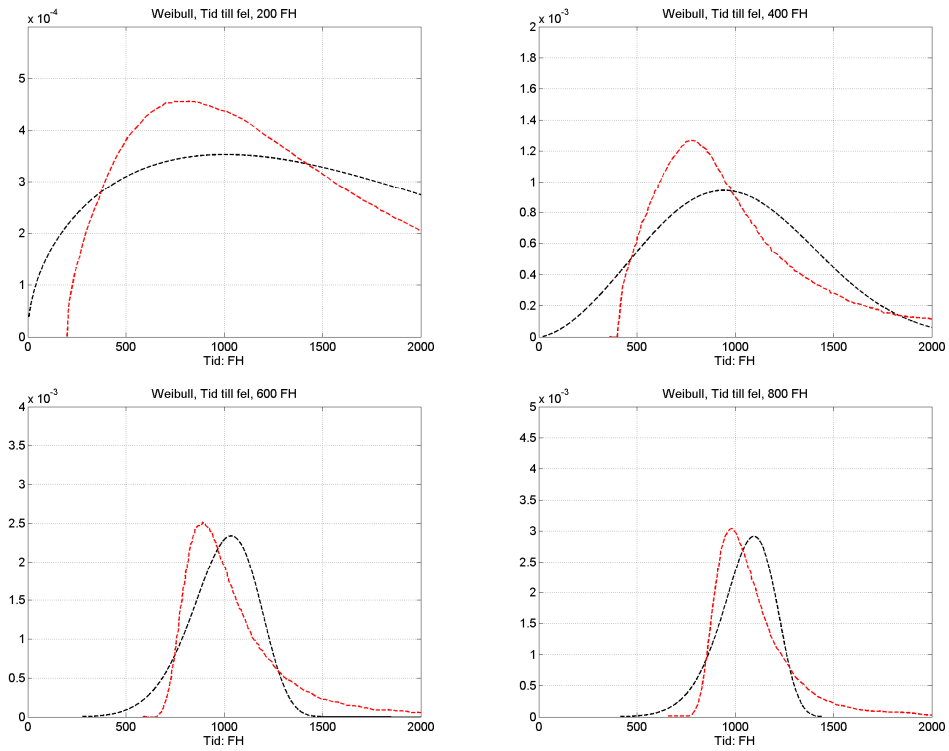
**Tabell 5:** Optimal utbytestidpunkt för olika  $c/k$  värden med/utan skattningsosäkerheter.

	$c/k = 0.8$		$c/k = 0.4$	
	Skattningsosäkerhet			
Flygtimmar	Utan	Med	Utan	Med
<b>200</b>	2900	3600	2200	2900
<b>400</b>	640	700	540	550
<b>600</b>	770	760	750	730
<b>800</b>	880	860	860	830

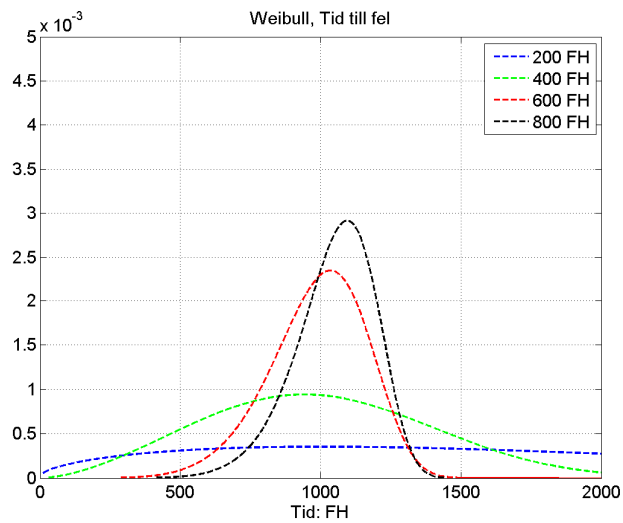
Även dessa fördelningar har vi approximerat med Weibullfördelning och vi ser att väntevärden och varianser i dessa fördelningar är större när vi har osäkerhet än när vi inte har osäkerhet vilket gör att man skulle vänta sig att utbytet tenderar att senareläggas, Tabell 6. I Figur 19 och Figur 20 visas frekvensfunktionen för  $T$  när Weibullfördelningen är antagen (med skattningsosäkerhet). Motsvarande normerade TTT-plot finns i Figur 21. Tabell 7 ger optimal utbytestid under olika antaganden för  $c/k=8$ , Tabell 8 är motsvarande för  $c/k=0.4$ .

**Tabell 6:** Skattade Weibullparametrar, väntevärde och varians.

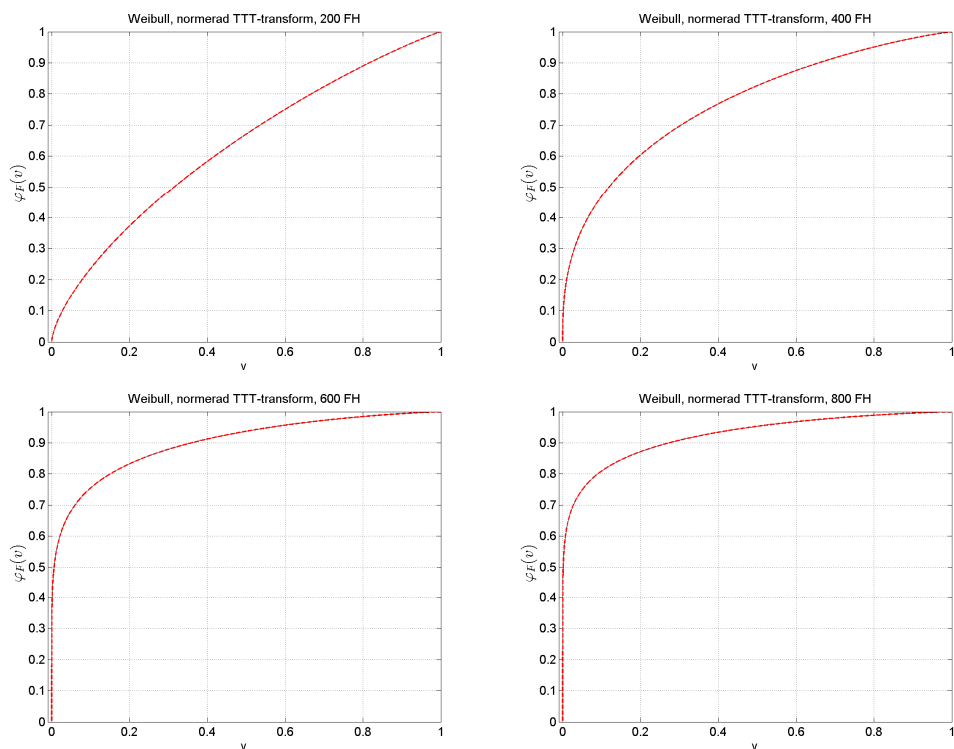
	Utan skattningsosäkerhet				Med skattningsosäkerhet			
Flygtimmar	$\alpha$	$\lambda$	$E[T]$	std[T]	$\alpha$	$\lambda$	$E[T]$	std[T]
<b>200</b>	1.8	0.00048	1900	1100	1.5	0.00047	1900	1300
<b>400</b>	4.4	0.00105	870	220	2.7	0.00089	1000	400
<b>600</b>	10	0.00101	940	110	6.7	0.00094	990	180
<b>800</b>	14	0.00095	1000	90	8.7	0.00090	1100	140



**Figur 19:** Weibullapproximerad frekvensfunktion för T (svart linje).



**Figur 20:** Weibullapproximerad frekvensfunktion för T med skattningsosäkerhet.



**Figur 21:** Normerad TTT transform med Weibullapproximation.

**Tabell 7:** Optimal utbytestid  $c/k=0.8$

	<b><math>c/k = 0.8</math></b>			
	<b>utan skattningsosäkerhet</b>		<b>med skattningsosäkerhet</b>	
<b>flygtimmar</b>	<b>F(t)</b>	<b>Weibull</b>	<b>F(t)</b>	<b>Weibull</b>
<b>200</b>	2900	2400	3600	3700
<b>400</b>	640	690	700	870
<b>600</b>	770	790	760	790
<b>800</b>	880	870	860	860

**Tabell 8:** Optimal utbytestid  $c/k=0.4$ .

	<b><math>c/k = 0.4</math></b>			
	<b>utan skattningsosäkerhet</b>		<b>med skattningsosäkerhet</b>	
<b>flygtimmar</b>	<b>F(T)</b>	<b>Weibull</b>	<b>F(t)</b>	<b>Weibull</b>
<b>200</b>	2200	1500	2900	2100
<b>400</b>	540	580	550	670
<b>600</b>	750	720	730	720
<b>800</b>	860	820	830	790



## **4 Sammanfattning**

Det finns många aspekter på underhåll men här har vi tagit fasta på de statistiska egenskaper hos enheter som avgör om och när ett förebyggande underhåll skall utföras. Efter en genomgång av grundläggande begrepp som felbenägenhet och TTT-transform studeras ett mer komplicerat praktikfall där begreppen används för att planera ett tillståndsbaserat förebyggande underhåll. Vi diskuterar också hur skattningsosäkerheter påverkar underhållsplaneringen.

## 5 Referenser

Pawitan, Y. (2001). *In All Likelihood: Statistical Modelling and Inference Using Likelihood*. Oxford: Clarendon Press.

Rausand, M., & Höjland, A. (2004). *System Reliability Theory Models, Statistical Methods, and Applications*. New Jersey: John Wiley & Sons.

Svensson, J. (2007). *Survival Estimation for Opportunistic Maintenance*. Göteborg: PhD thesis, Mathematical Statistics, Chalmers University of Technology.

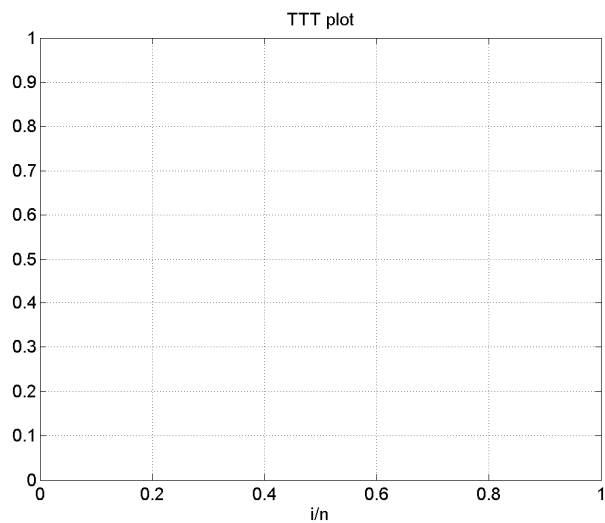
## 6 Övningar

### 6.1 Övning 1: TTT-plot

Vid test av kullager observerades följande livslängder (i miljoner varv)

3.2, 5.2, 7.0, 8.8, 11.8

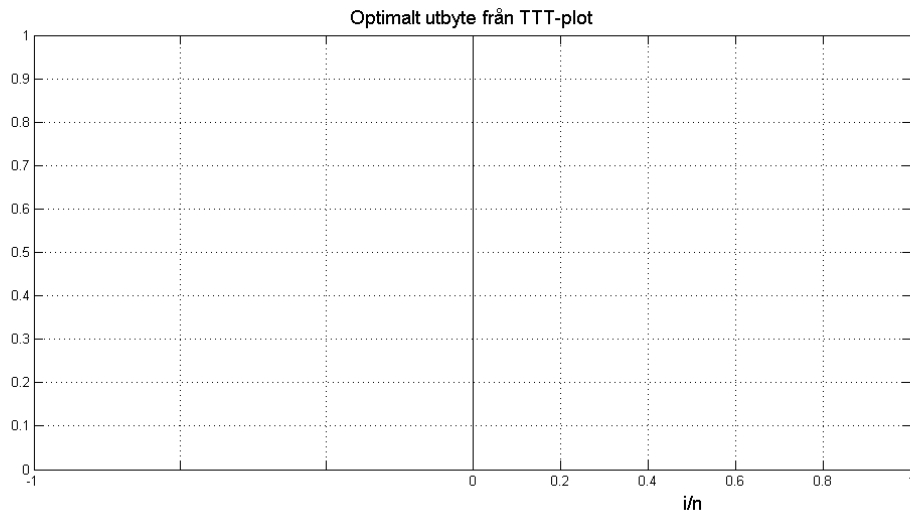
Gör en TTT-plot. Verkar det som om observationerna kommer från en fördelning med ökande (IFR) eller avtagande (DFR) felintensitet?



$i$	$T_{(i)}$	$\sum_{j=1}^i T_{(j)}$	$\sum_{j=1}^i T_{(j)} + (n - i)T_{(i)} = \mathcal{J}(T_{(i)})$	$\frac{i}{n}$	$\frac{\mathcal{J}(T_{(i)})}{\mathcal{J}(T_{(n)})}$

## 6.2 Övning 2: Optimalt utbyte.

Antag att ett haveri kostar 6000 kr och ett byte planerat eller oplanerat kostar 2000 kr. Lönar det sig att byta innan haveri inträffar? Bestäm i så fall den optimala utbytetidpunkten  $t_0$ . Vad händer om haverikostnaden minskar till 3000 kr?

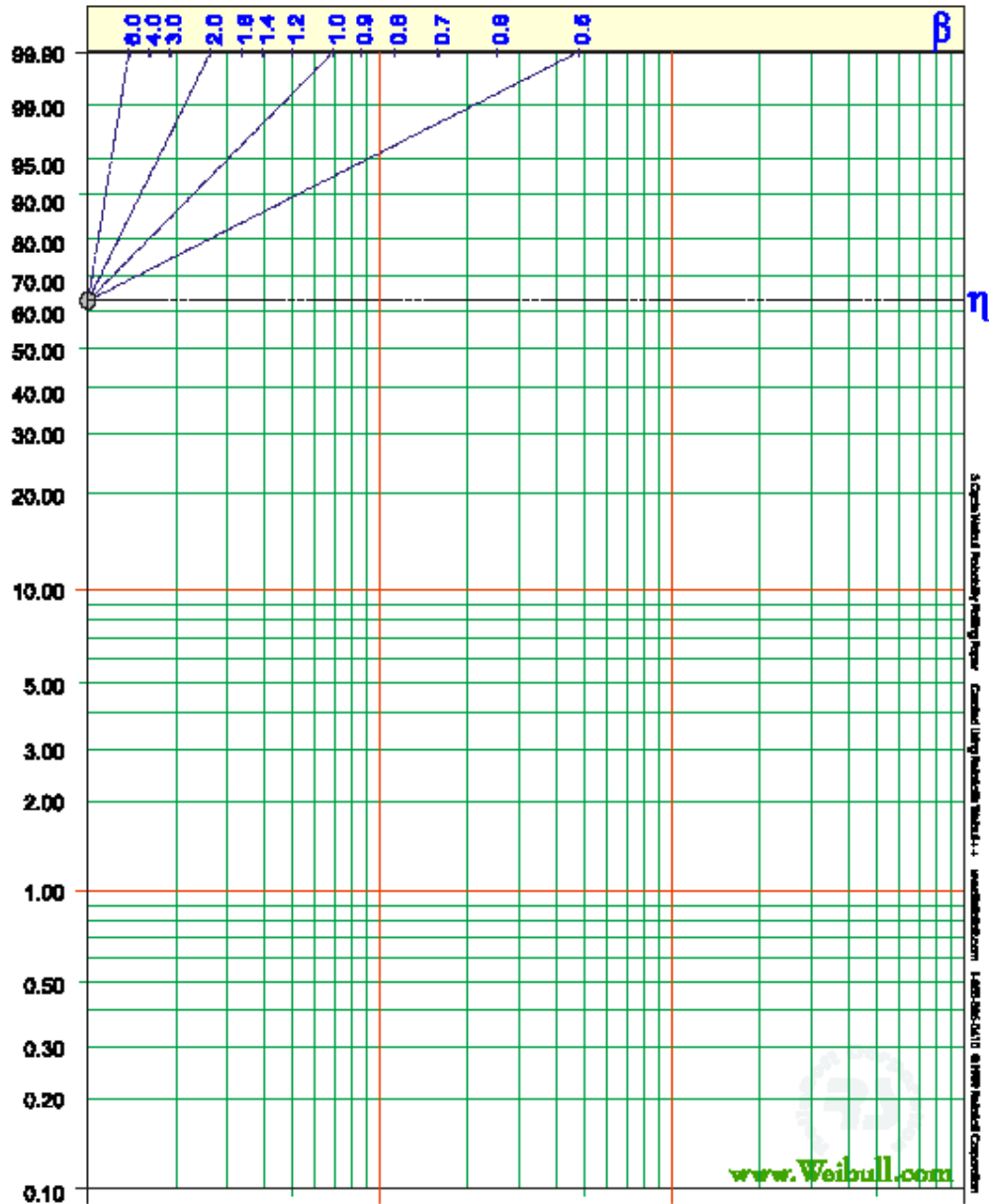


### 6.3 Övning 3: Weibullpapper

Man testade 10 provstavar till brott och man fick följande feltider i timmar

150, 85, 250, 240, 135, 200, 240, 150, 200, 190. Skatta parametrarna i Weibullfördelningen.

$$F(t) = 1 - e^{-\left(\frac{t}{\eta}\right)^\beta}$$



#### 6.4 Övning 4: Prediktivlikeli hood

Har en modell  $x_i \sim N(\mu, 1)$ . Vi observerar  $x_i: 1, \dots, n$  och vill prediktera  $x_0$ . En direkt metod är att man observerar att  $x_0 - \bar{x} \sim N\left(0, 1 + \frac{1}{n}\right)$ . Prediktivlikeli hood för  $x_0$  är  $L_p(x_0) = \sup_m f_{x_0, x}(x_0; m)$ . Efter normalisering får man  $N\left(\bar{x}, 1 + \frac{1}{n}\right)$ . Visa detta! Beräkna också ett 95% prediktionsintervall för  $x_0$  när vi har observerat  $x_1=85$ ,  $x_2=83$  och  $x_3=84$ .



### Contact address

FCC  
Chalmers Science Park  
SE-412 88 Göteborg  
Sweden

Telephone: +46 (0)31 7724000  
Telefax: +46 (0)31 7724260  
E-mail: [info@fcc.chalmers.se](mailto:info@fcc.chalmers.se)  
Internet: [www.fcc.chalmers.se](http://www.fcc.chalmers.se)

### FCC - Mathematics as Technology

The purpose of the Fraunhofer-Chalmers Research Centre for Industrial Mathematics is to promote the application of mathematical methods in industry.

To do so the Centre will undertake precompetitive scientific research in the field of applied mathematics and work on projects defined by companies or public institutes.

The Centre, in close cooperation with Chalmers in Göteborg and Fraunhofer-ITWM in Kaiserslautern, shall be a leading partner for international industry and academia to mathematically model, analyse, simulate, optimise, and visualize complex phenomena in industry and science, to make development of products and processes more efficient and secure their technological and financial quality.